

1921.

JUL 13 1921

No. 10.

LIBRARY  
JUL 13 1921  
V. O. MICH.

# ANNALEN DER PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. V. E. WIEDEMANN, P. DRUDE.

VIERTE FOLGE.

Band 65. Heft 2.

DER GANZEN REIHE 370. BANDES 2. HEFT.

KURATORIUM:

M. PLANCK, G. QUINCKE,  
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.



LEIPZIG.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.  
DÖRRRIENSTRASSE 16.

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Im Jahre 1921 erscheinen Bd. 64, 65 und 66 à 8 Hefte. Preis von Bd. 65 M 60.—.  
Nach dem Ausland mit Valuta-Aufschlag.  
Ausgegeben am 31. Mai 1921.

# Inhalt.

|  | Seite |
|--|-------|
| 1. Richard Gans. Asymmetrie von Gasmolekeln. Ein Beitrag zur Bestimmung der molekularen Form . . . . .                 | 97    |
| 2. Richard Gans. Magnetisierung durch Rotation. Eine Kritik  | 124   |
| 3. C. Bergholm. Der Temperaturkoeffizient der elektrischen Doppelbrechung in Flüssigkeiten. (2. Mitteilung.) . . . . . | 128   |
| 4. Hans Bartels. Beiträge zur quantitativen Kenntnis des Cäsiumspektrums . . . . .                                     | 143   |
| 5. H. Baerwald. Quantitative Bestimmung der von Kanalstrahlen ausgelösten Elektronenmengen . . . . .                   | 167   |

Die Redaktion der Annalen wird von den unseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr Geh. Hofrat Prof. W. Wien übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: München, Leopoldstraße 91.

Es wird gebeten, die Manuskripte druckfertig einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Für die Aufnahme von Dissertationen gelten besondere Bedingungen, welche vom Verlag bekannt gegeben werden.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 Sonderabdrücke jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen letzter Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweiteriger Abdruck der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die Zeichnungen sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.







# ANNALEN DER PHYSIK.

## VIERTE FOLGE. BAND 65

### 1. Asymmetrie von Gasmolekeln.

*Ein Beitrag zur Bestimmung der molekularen Form;  
von Richard Gans.<sup>1)</sup>*

#### § 1.

Nachdem ich mit meinen Mitarbeitern<sup>2)</sup> die geometrische Form von ultramikroskopischen Teilchen mittels ihrer Absorptionskurve, sowie auch durch die Analyse des seitlich ausgestrahlten Lichts bestimmt hatte, ging ich dazu über, auch die „Form“ von Gasmolekeln zu ermitteln.

Diese haben vor kolloidalen Teilchen den Vorteil, daß alle untereinander mit Sicherheit kongruent sind, und daß sie sämtlich zweifellos subultramikroskopisch sind, so daß die von mir entwickelte Theorie direkt auf sie anwendbar ist. Jedoch haben wir im theoretischen Teile zu diskutieren, was unter „Form“ von Gasmolekeln zu verstehen ist.

Als ich meine diesbezüglichen Beobachtungen begann, lag nur die erste der beiden Arbeiten von Baron Strutt<sup>3)</sup> über den Tyndalleffekt in Gasen vor, und ich wiederholte zunächst seine Beobachtungen, besonders, da er nicht mit parallelem Licht gearbeitet hatte (vgl. die Figur seiner Versuchsanordnung) und offenbar noch falsches Licht bei seinen photographischen Aufnahmen vorhanden war (vgl. die Reflexe in seinen Photogrammen).

Maßgebend für die Wiederholung der Struttischen Versuche und für die endgültige Anordnung war eine Beobachtung bei Vorversuchen, daß um so länger belichtet werden mußte zur Erreichung genügender Plattenschwärzungen, je

1) Gekürzt durch W. Gerlach, vgl. Anmerkung am Schluß der Arbeit.

2) R. Gans, Ann. d. Phys. 37. S. 881. 1912; 47. S. 270. 1915; R. Gans u. R. Calatroni, Ann. d. Phys. 61. S. 465. 1920; R. Gans, Ann. d. Phys. 62. S. 331. 1920; T. Isnardi, Ann. d. Phys. 62. S. 579. 1920.

3) R. J. Strutt, Proc. of the Royal Soc. (A.). 94. S. 453. 1918; 95. S. 155. 1918.

mehr Sorgfalt auf Vermeidung „falschen Lichtes“ durch Einschalten von Blendensystemen gelegt wurde. Hierzu war eine wesentlich größere Apparatur erforderlich, welche auch zu Versuchen bei höheren Gasdrucken geeignet sein mußte, erstens, weil damit die Expositionszeit verkürzt wurde, zweitens, weil ich sehen wollte, ob die Intensitäten des sekundären Lichts, wie es die Theorie verlangt, dem Druck proportional sind, drittens, weil Beobachtungen an Gummiguttteilchen und die Theorie gezeigt hatten, daß der Depolarisationsgrad von der Konzentration abhängen kann, daß also auf die Teilchenform nur sicher geschlossen werden kann, wenn man den Depolarisationsgrad auf unendlich kleinen Druck extrapoliert.

Es sei jedoch gleich bemerkt, daß die numerischen Resultate Strutts von meinen nur wenig abweichen, was jedoch von vornherein durchaus nicht sicher war.

## § 2. Die endgültige Versuchsanordnung.

Diese ist aus der im richtigen Maßstabe wiedergegebenen Zeichnung zu erkennen (Fig. 1). Die von links kommenden Sonnenstrahlen wurden mittels eines Heliostaten<sup>1)</sup> auf den Kondensor *C* von 25 cm Brennweite geworfen und mittels der Linse *L* von 6 cm Brennweite wieder parallel gemacht. Sie traten dann in einen Glastrog mit Wasser (nicht gezeichnet) und darauf in das Kreuzrohr ein. Dies war aus Eisen von 8,2 cm lichtem Durchmesser und 60 cm Länge. Es war innen matt geschwärzt, bei *A*, *B* und *E* durch dicke plane Glasplatten geschlossen, die auch bei drei Atmosphären Überdruck nicht doppelbrechend wurden, während bei *D* ein zum Justieren des Strahlengangs abnehmbarer Eisendeckel aufgeschraubt war. Die Glasplatte bei *B* war innen durch Ruß geschwärzt, aber sie war durchsichtig genug, um zur Justierung des Strahlengangs zu dienen. Die Glasplatten waren mittels Lederdichtungen und aufschraubbaren Eisenkappen vollkommen luftdicht an die Rohrenden gedrückt, ähnlich wie beim Flüssigkeitsrohr eines Saccharimeters.

1) Ich hatte leider nur einen Handheliostaten, dessen Bedienung bei den langen Expositionszeiten äußerst lästig war. Nur durch Benutzung jeden sonnigen Tages von morgens 7 Uhr bis nachmittags zwei Uhr war es möglich, in verhältnismäßig kurzer Zeit die Versuche durchzuführen.

$B_1$  und  $B_2$  sind Blenden von rechteckiger Öffnung, 12 mm breit und 5 mm hoch.  $B_3$  ist eine kreisrunde Blende von 15 mm Durchmesser. Das zur Beobachtung dienende Gas wurde mittels Reduktionsventils einer Stahlflasche entnommen, ging durch ein fest verschraubtes und mit Lederringen gedichtetes Eisenrohr mit  $\text{CaCl}_2$  und durch ein Eisenrohr, das dicht

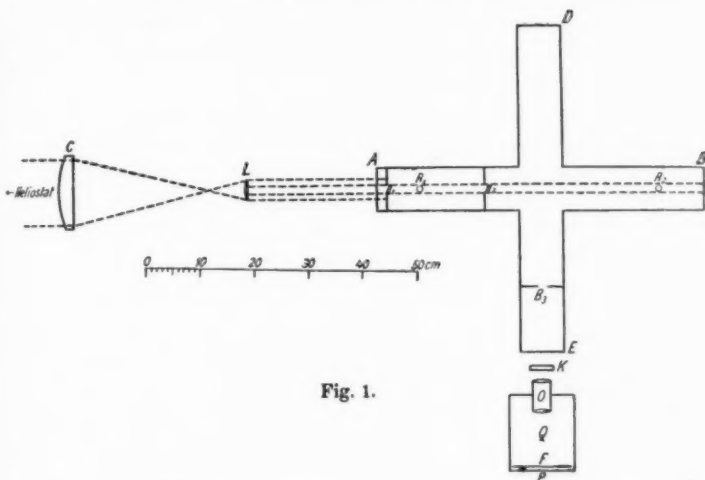


Fig. 1.

mit reiner Watte angefüllt war, trat schließlich durch den Rohrstutzen  $R_2$  ins Kreuzrohr ein und konnte durch den Rohransatz  $R_1$  bei geöffnetem Hahn entweichen. Bei  $R_1$  war seitlich ein Manometer angebracht.

$K$  ist ein achromatisierter doppelbrechender Kristall aus Kalkspat und Glas, der so justiert war, daß die beiden Schwingungsebenen genau horizontal bzw. vertikal waren.  $R$  ist die photographische Kamera, das Objektiv  $O$  ein Ernemann-Kinostigmat der Brennweite  $f = 7,5$  cm und der Öffnung  $a = f/2,5$ . Vor der photographischen Platte  $P$  (Lumière, violette Etikette) befand sich das Absorptionsfilter  $F$ , welches, wie bei Strutt, aus einer geeignet geschwärzten photographischen Platte bestand. Auf der oberen Hälfte derselben war die Gelatine fortgekratzt, so daß die sehr schwachen horizontal schwingenden Strahlen (des depolarisierten Lichts) nur

das Glas zu passieren hatten, während die stärkeren vertikal schwingenden Strahlen auch die schwarze Silberschicht des Absorptionsfilters durchdringen mußten. Die photographische Platte  $P$  und das Filter  $F$  berührten sich mit ihren Gelatine-schichten.

Die Meßmethode bestand darin, das Filter so auszu-suchen, daß die Schwärzungen der beiden Bilder auf der Platte gleich ausfielen. Kennt man die Transparenz  $T$  des Filters, so ergibt sich damit unmittelbar der Depolarisationsgrad  $\Delta$ , der folgendermaßen definiert ist.

Das seitlich ausgestrahlte Licht ist eine Mischung von vertikal schwingendem, linear polarisiertem mit natürlichem Licht. Würde man es also durch einen Nicol betrachten, dessen Schwingungsebene mit der Vertikalen den Winkel  $\delta$  einschließt, so ist die Intensität des Tyndalllichtes als Funktion von  $\delta$

$$(1) \quad J = C_1 + C_2 \cos^2 \delta.$$

Die vertikal schwingende Strahlung ( $\delta = 0$ ) hat also die Intensität  $C_1 + C_2$ , die horizontal schwingende ( $\delta = \pi/2$ ) die Intensität  $C_1$ , so daß

$$(2) \quad \Delta = \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

ist.

Sind die Schwärzungen der beiden Bilder gleich, so gilt

$$(3) \quad \Delta = T,$$

wenn  $T$  die Transparenz, d. h. den Bruchteil der einfallenden Strahlung bedeutet, der das Filter  $F$  durchdringt.

Für theoretische Erörterungen ist<sup>1)</sup> die Definition des Depolarisationsgrades

$$(4) \quad \theta = \frac{C_2}{C_1}$$

angemessener, weil sie zu bequemer Formeln führt. Es gilt also nach (2) und (4) die einfache Beziehung

$$(5) \quad \theta = \frac{\Delta}{1 - \Delta}.$$

---

1) R. Ganz, Ann. d. Phys. 62. S. 331. 1920.

## § 3. Messung der Filtertransparenz.

Auch hier schloß ich mich im Prinzip dem Verfahren Strutts an. Eine Sammellinse wurde in zwei ungleiche Teile geschnitten; diese beiden Teile wurden etwas voneinander entfernt und als Objektiv eines photographischen Apparats benutzt. Durch die Trennung der beiden Linsenteile erhielt man auf der photographischen Platte von jedem Objekt zwei übereinander liegende Bilder. Vor jeden Linsenteil konnte man nun auswechselbare kreisförmige Diaphragmen stecken, welche die Intensitäten der Strahlen, die die beiden Bilder gaben, beliebig und durch die Blendenradien meßbar verändern ließen. Bedeckte man die photographische Platte mit einem Absorptionsfilter  $F$  und photographierte ein quadratisches, von hinten gleichmäßig beleuchtetes Fenster aus Mattglas, so konnte man so justieren, daß die Strahlen, welche durch den einen Linsenteil gingen, nur das Glas des Absorptionsfilters, während die durch den anderen Linsenteil gehenden Strahlen auch die schwarze Schicht des Absorptionsfilters zu durchlaufen hatten.

Gibt man den Blenden der beiden Linsenteile solche Durchmesser  $d_1$  und  $d_2$ , daß die beiden Quadrate auf der Platte gleiche Schwärzung erhalten, so ist die Transparenz  $T$  des Absorptionsfilters

$$(6) \quad T = \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2.$$

Eine geschwärzte photographische Platte ist ziemlich, aber nicht völlig neutral in der Farbe. Deshalb habe ich zwischen der Glühlampe und dem quadratischen Mattglasfenster noch ein blaues Glas (Wratten-Filter) eingeschaltet, weil das Tyndall-Licht, das von den Gasmolekeln abgelenkt wird, auch blau ist.

Übrigens ist eine geschwärzte photographische Platte ein ausgesprochen trübes Medium, dessen reduzierte Silberteilchen nicht das durchgehende Licht einfach schwächen wie eine echte Lösung, sondern dasselbe auch seitlich abbeugen. Daher bekommt man auch, wenn man die Absorption eines solchen Filters etwa mit einem Spektralphotometer mißt, viel größere Werte, als wenn man sich der von uns benutzten Methode bedient, bei der Filter und photographische Platte sich mit

ihren Schichten direkt berührten, da in dem letzteren Falle von den Silberpartikeln seitlich abgebeugtes Licht auf die dahinter liegende Platte mitwirkt, während im ersteren Falle nur senkrecht durchgehendes Licht zur Messung gelangt.

Es ist deshalb wichtig, zur Bestimmung der Depolarisation und zur Messung der Transparenz genau gleich wirkende Anordnungen zu benutzen, wie wir es getan haben.

Genau Gleichheit der Schwärzungen der beiden Quadrate hervorzurufen, ist erstens zeitraubend, und zweitens ist sie mit bloßem Auge auch nicht mit gewünschter Exaktheit festzustellen. Deshalb photographierten wir auf dieselbe Platte das Quadrat mehrmals, erhielten also eine Reihe von Quadratpaaren, indem wir die große Blende des Linsenteils, dessen Strahlen durch die geschwärzte Schicht des Absorptionsfilters gingen, unverändert ließen, während wir von Aufnahme zu

Aufnahme die andere kleinere Blende auswechselten. So erhielten wir die nebenstehende schematische Fig. 2, in der die Quadrate der unteren Reihe gleiche Schwärzungen hatten, die der oberen aber von links nach rechts zunehmende.

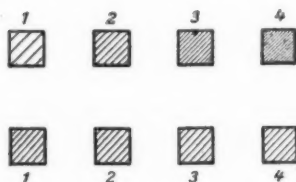


Fig. 2.

Der Abstand zweier übereinanderliegender Quadratmitten

war durch Justierung der Anordnung so gewählt, daß man die beiden Quadrate (Gelatineschicht dem Photometer zugekehrt) gleichzeitig vor die Spalte eines König-Martensschen Spektralphotometers bringen konnte, um ihre Schwärzungen zu vergleichen. Zwecks größerer Genauigkeit konnte man auch noch die Platte umdrehen, d. h. das Quadrat, das sich zuerst vor dem linken Photometerspalt befand, nachher vor den rechten bringen.

Graphische Interpolation in einem Diagramm, dessen Abszissen die Quadrate der Blendendurchmesser, dessen Ordinaten die Schwärzungsverhältnisse waren, ergaben den Blendendurchmesser, welcher genaue Gleichheit der Schwärzungen ergeben würde. Die Blendendurchmesser waren mittels eines Zeisschen Komparators ausgemessen.

Zwei Beispiele mögen das Gesagte erläutern.

*Absorptionsfilter Nr. F.* Große Blende  $d_2 = 20$  mm Durchmesser. Kleine Blenden nominell  $d_1 = 7,0; 7,5; 8,0$  mm Durchmesser, genau 6,979; 7,438; 7,944 mm Durchmesser.

Es ergaben sich folgende Photometerablesungen:

| Blende<br>in mm | 1. Stellung | 2. Stellung |
|-----------------|-------------|-------------|
| 7,0             | 44,8°       | 41,4°       |
| 7,5             | 43,0        | 42,0        |
| 8,0             | 41,4        | 43,9        |

d. h. es war:

| $d_1^2$ | Schwärzungs-<br>verhältnis |
|---------|----------------------------|
| 48,71   | 1,127                      |
| 55,34   | 1,035                      |
| 63,10   | 0,9162                     |

Aus Fig. 3 ergibt sich, daß für  $d_1^2 = 57,4$  das Schwärzungsverhältnis gleich 1 ist. Also ist die Transparenz

$$T = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \frac{57,4}{400} = 0,143.$$

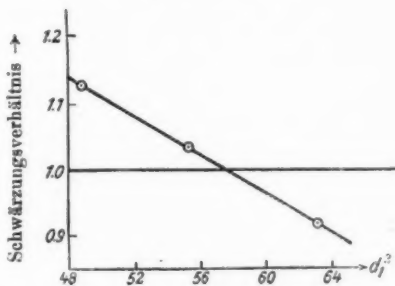


Fig. 3.

*Absorptionsfilter Nr. D.* Analoges gilt für Filter Nr. D. Die wahren Durchmesser der Blenden, die nominell 4,5; 5,0; 5,5 mm waren, sind  $d_1 = 4,54; 5,08; 5,50$  mm.

| Blende<br>in mm | 1. Stellung | 2. Stellung | $d_1^2$ | Schwärzungs-<br>verhältnis |
|-----------------|-------------|-------------|---------|----------------------------|
| 4,5             | 43,4°       | 40,7°       | 20,62   | 1,100                      |
| 5,0             | 42,5        | 41,9        | 25,75   | 1,021                      |
| 5,5             | 41,2        | 42,8        | 30,28   | 0,9454                     |

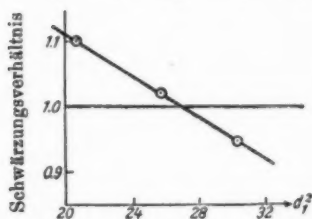


Fig. 4.

Graphische Interpolation  
(vgl. Fig. 4) ergibt Gleichheit  
der Schwärzungen für

$$d_1^2 = 26,6;$$

somit folgt

$$T = \frac{26,6}{400} = 0,0665.$$

#### § 4. Die Meßresultate.

1. *Kohlensäure*. Zunächst Atmosphärendruck; Expositionszeit  $3\frac{1}{2}$  Stunden; Gleichheit der beiden Bilder mit Absorptionsfilter Nr. C (Transparenz  $T = 0,073$ ); Temperatur 25°.

Sodann Druck 2,7 Atm.: Expositionsdauer von 95 min (Gleichheit der Schwärzungen). Temperatur 24°.

2. *Sauerstoff*. Bei Atmosphärendruck und 20°. 25 Stunden exponiert. Gleichheit der Schwärzungen mit Filter Nr. D ( $T = 0,0665$ ); Erhöhung des Drucks auf 2,6 Atm.: 8stündige Exposition bei 24°. Die Gleichheit der Schwärzungen der beiden Bilder blieb auch hier bestehen.

3. *Stickstoff*. Bei 2,6 Atm. Druck und 24° 14 Stunden exponiert; mit Filter Nr. E ( $T = 0,0300$ ) gleiche Schwärzungen.

4. *Ammoniak*. Bei 1 Atm. Druck und 19° 48 Stunden Expositionszeit. Ergab mit Filter Nr. G 0,010. Dieses Resultat ist nicht ganz so sicher wie die vorigen, da die Schwärzungen nicht genau gleich waren, und ich durch Schätzung auf 0,01 extrapoliert habe. Auf die Herstellung eines anderen Filters und Wiederholung der Versuche habe ich wegen der sehr langen Expositionsdauer verzichtet.

5. *Stickoxydul*. Das Gas wurde nach Victor Meyer<sup>1)</sup> durch Einwirkung von Natriumnitrit auf salzsaures Hydroxyl-

1) Victor Meyer, Ann. d. Chem. u. Pharm. 157. S. 141.



amin hergestellt. Bei 1 Atm. Druck und 18° 80 Minuten Exposition. Es ergab sich  $\Delta = 0,12$ . Da mir nur eine geringe Menge salzsaures Hydroxylamin zur Verfügung stand, so ist es möglich, daß das Kreuzrohr bei den Versuchen ein wenig Luft als Verunreinigung enthielt, daß also die wahre Depolarisation etwas größer als 12% ist.

Über die Staubbfreiheit der Gase kann gar kein Zweifel obwalten, denn, wie auch Strutt beobachtet hat, ist das Resultat immer wieder das gleiche, ob man durch ein langes oder kurzes Wattefilter filtriert, ob unter großem oder kleinem Druck. Ferner ist die Intensität der Tyndallstrahlung dem Druck des Gases, sowie bei verschiedenen Gasen dem Quadrate von  $m^2 = 1$  ( $m$  Brechungsexponent für 1 Atm.) proportional, so daß für die Intensität des depolarisierten Lichts folgt:

$$(7) \quad J = Cp(m^2 - 1)^2 \Delta,$$

wo  $C$  eine Konstante ist.

Das habe ich zwar nicht mit aller Genauigkeit festgestellt, wohl aber ergibt es sich aus der Schwarzschild'schen Formel, nach der die Schwärzung von  $J \cdot t^n$  abhängt, unter  $n$  eine für die Plattensorte charakteristische Konstante verstanden, die für die von uns benutzten extrem schnellen Lumièreplatten mit violetter Etikette den Wert  $n = 0,843$  hat.<sup>1)</sup> Kennt man für zwei Gase  $p$ ,  $m$ ,  $\Delta$ , so kann man die Expositionszeiten vorherberechnen, um auf beiden Platten gleiche Schwärzungen zu erhalten. Diese Tatsache habe ich des öfteren benutzt und bestätigt gefunden. Ich betone dies ganz besonders, da die Proportionalität mit  $(m^2 - 1)^2$  unzweideutig beweist, daß der beobachtete Effekt wirklich das Tyndallphänomen ist.

#### § 5. Die „Form“ der Molekeln.

Um festzulegen, was subultramikroskopisch unter der Form eines Teilchens zu verstehen ist, haben wir im ersten Paragraphen unserer Untersuchung<sup>2)</sup> die elektromagnetischen Hauptachsen einer Partikel definiert. Jedoch gilt die damals

1) Vgl. R. Gans u. A. Pereyra Miguez, Ann. d. Phys. 52. S. 298. 1917.

2) R. Gans, Ann. d. Phys. 62. S. 331. 1920.

durchgeführte Betrachtung nicht allgemein, sondern nur für den Fall, daß die Matrix der linearen Vektorfunktion

$$(8) \quad \mathfrak{p} = (g) \mathfrak{E}$$

symmetrisch ist, unter  $\mathfrak{p}$  das elektrische Moment verstanden, welches die erregende Kraft  $\mathfrak{E}$  im Teilchen hervorruft. Dies ist aber in dem jetzt zu behandelnden Problem eines nicht absorbierenden Gases der Fall unter der Voraussetzung, daß seine Molekeln aus Elektronensystemen aufgebaut sind, die um Gleichgewichtslagen schwingen.<sup>1)</sup>

Es ergab sich, daß es unter den angedeuteten Voraussetzungen drei sogen. elektromagnetische Hauptachsen  $\xi, \eta, \zeta$  der Partikel und drei ihnen zugeordnete Koeffizienten  $g_1, g_2, g_3$  gibt, so daß für die Komponenten des elektrischen Moments in Richtung dieser Achsen gilt:

$$(9) \quad \mathfrak{p}_\xi = g_1 \mathfrak{E}_\xi; \quad \mathfrak{p}_\eta = g_2 \mathfrak{E}_\eta; \quad \mathfrak{p}_\zeta = g_3 \mathfrak{E}_\zeta.$$

Die subultramikroskopische Optik kann nur diese drei Koeffizienten bestimmen. Andererseits sind aber alle denkbaren Anordnungen von Elektronensystemen, die auf dieselben Werte  $g_1, g_2, g_3$  führen, als subultramikroskopisch äquivalent zu betrachten. Die Bestimmung dieser asymmetrischen Bindungen ist somit gleichbedeutend mit der „Form“bestimmung des Teilchens.

Ist das einfallende parallele Licht natürlich, so ergab sich für den Depolarisationsgrad  $\theta$  (a. a. O. Gl. (48) und (59))

$$(10) \quad \theta = 2 \frac{\frac{(g - g')^2}{15} + \frac{B C}{3} (g^2 + 2 g'^2)}{B \left\{ 1 - \frac{10}{9} C (g^2 + 2 g'^2) \right\}}.$$

Wir schreiben  $\theta$ , wo wir früher  $\theta'$  gesetzt haben, da jetzt das einfallende Licht stets als natürlich vorausgesetzt wird, also nicht mehr zwischen einfallendem linear polarisiertem und natürlichem Lichte unterschieden zu werden braucht.

Bei der Ableitung der obigen Gleichung (10) hatten wir schon die Vereinfachung eingeführt, daß die Molekel eine

1) Für den allgemeinen Fall hat M. Born, Ber. d. D. Phys. Ges. 20. S. 16. 1918 in eleganter Weise das Problem der Lichtstreuung invariantentheoretisch auf drei quadratische Invarianten der  $g_{ik}$  zurückgeführt.

Symmetrieachse besitzt, daß also  $g_1 = g$ ;  $g_2 = g_3 = g'$  ist, und es war  $B$  eine Abkürzung (vgl. a. a. O. Gl. (33)) für

$$(11) \quad B = g'^2 + \frac{2}{3} g' (g - g') + \frac{2}{15} (g - g')^2;$$

$$(12) \quad C = \frac{4 \pi N}{5 s^3 m_0^4}$$

(vgl. a. a. O. Gl. (18)). Hier ist  $N$  die Anzahl Teilchen in der Volumeinheit,  $m_0$  der Brechungsindex des sie umgebenden Mediums (in unserem Falle der in den Äther eingebetteten Molekeln gilt also  $m_0 = 1$ ),  $s$  der kleinste Abstand, bis auf den die Mittelpunkte zweier Molekeln sich nähern können.

Trotzdem wir die Annahme der Existenz einer Symmetrieachse der Molekel beibehalten wollen, die für viele Molekelmodelle auch sicher gilt, sollen doch die Beziehungen angegeben werden, welche anstatt (10) und (11) gelten, wenn  $g_1, g_2, g_3$  alle verschiedene Werte haben, Gleichungen, die sich ganz analog wie in unserer früheren Arbeit ableiten lassen. Während nämlich (10) gleichbedeutend ist mit

$$\frac{\theta - \theta_0}{1 + \frac{2}{3} \theta} = 2 C \frac{g^2 + 2g'^2}{3},$$

wo

$$\theta_0 = \frac{2}{15} \frac{(g - g')^2}{B}$$

ist, lauten diese Gleichungen jetzt

$$\frac{\theta - \theta_0}{1 + \frac{2}{3} \theta} = 2 C \frac{g_1^2 + g_2^2 + g_3^2}{3},$$

wo

$$(13) \quad \theta_0 = \frac{(g_1 - g_2)^2 + (g_2 - g_3)^2 + (g_3 - g_1)^2}{(g_1 + g_2)^2 + (g_2 + g_3)^2 + (g_3 + g_1)^2 + (g_1 g_2 + g_2 g_3 + g_3 g_1)}$$

ist. Ist  $g_2 = g_3$ , so gehen diese Formeln natürlich in die früheren über.

Nach (10) ist also der Depolarisationsgrad vom Druck abhängig, weil  $C$  demselben proportional ist. Da wir eine solche Abhängigkeit bei Gasen aber nicht beobachtet haben, so muß bis zu drei Atmosphären  $C$  unmerklich klein gewesen sein, d. h. es ist bis zu diesen Drucken noch keine gegenseitige Beeinflussung der Molekeln bezüglich der Depolarisation vorhanden.

Unsere Formel für  $\theta$  geht also in die einfachere

$$(14) \quad \theta = \frac{2}{15} \frac{(g - g')^3}{g'^2 + \frac{2}{3} g' (g - g') + \frac{1}{15} (g - g')^2}$$

über. Diese erlaubt es, aus einem gemessenen  $\theta$  das Verhältnis  $g/g'$  zu berechnen, so daß unter Hinzuziehung des Brechungsexponenten  $m$  des Gases, der der Gleichung

$$(15) \quad m^2 - 1 = 4 \pi N \frac{g + 2g'}{3}$$

genügt,  $g$  und  $g'$  einzeln bestimmt werden können.

Wir können nun mittels (14)  $\theta$  als Funktion von  $g/g'$  darstellen, was in der folgenden Tabelle und dem Diagramm der Fig. 5 geschehen ist.

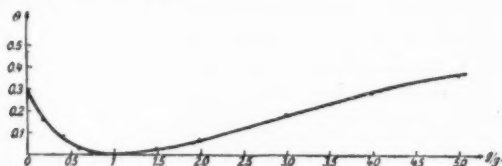


Fig. 5.

| $g/g'$ | $\theta$ | $g/g'$   | $\theta$ |
|--------|----------|----------|----------|
| 0,0    | 0,2857   | 2,0      | 0,0741   |
| 0,2    | 0,1546   | 3,0      | 0,1861   |
| 0,4    | 0,0741   | 4,0      | 0,2857   |
| 0,6    | 0,0283   | 5,0      | 0,3678   |
| 0,8    | 0,0061   | 10       | 0,6067   |
| 1,0    | 0,0000   | 20       | 0,7787   |
| 1,5    | 0,0244   | $\infty$ | 1,0000   |

Wir sehen, daß für  $g/g' = 1$  (Kugelsymmetrie der Molekel)  $\theta = 0$  ist, und daß  $\theta$  für größere und kleinere Werte von  $g/g'$  (verlängerte und abgeplattete Molekelformen) positive Werte hat. Plancksche lineare Resonatoren ( $g/g' = \infty$ ) erzeugen einen Depolarisationsgrad  $\theta = 1$ .

Einem gemessenen Werte von  $\theta$  entsprechen somit im allgemeinen zwei Werte  $g/g'$ , d. h. die Form ist nicht eindeutig durch die Depolarisation  $\theta$  und den Brechungsexponenten  $m$  bestimmt, sondern in gewisser Weise abgeplattete

Formen  $g/g' < 1$  und gestreckte Formen  $g/g' > 1$  erzeugen dieselbe Depolarisation. Insofern ist also unsere Methode der „Form“bestimmung unvollständig und müßte durch Beobachtungen anderer Art ergänzt werden.

Es ist jedoch nicht uninteressant zu bemerken, daß trotz der Zweideutigkeit der Werte von  $g$  und  $g'$  der Wert  $|g - g'|$ , d. h. die absolute Asymmetrie sich eindeutig ergibt.

Setzen wir nämlich:

$$(16) \quad \frac{g}{g'} - 1 = x,$$

so schreibt sich (14)

$$(17) \quad x^2 - \frac{5\theta}{1-\theta}x = \frac{15\theta}{2(1-\theta)}.$$

Setzen wir den bekannten Wert

$$\frac{3(m^2 - 1)}{4\pi N} = A,$$

so wird nach (15)

$$(18) \quad g = 2g' = A,$$

also mittels (16)

$$(19) \quad g' = \frac{A}{x+3}; \quad g = A \frac{x+1}{x+3},$$

so daß

$$(20) \quad g - g' = \frac{Ax}{x+3}$$

folgt. Heißen die beiden Wurzeln von (17)  $x_1$  und  $x_2$ , so ist also zu beweisen, daß

$$\frac{x_1}{x_1+3} = -\frac{x_2}{x_2+3}$$

oder

$$(21) \quad 2x_1x_2 = -3(x_1+x_2)$$

ist. Das ergibt sich aber sofort aus den Koeffizienten von (17), denn

$$\frac{5\theta}{1-\theta} = x_1 + x_2; \quad \frac{15\theta}{2(1-\theta)} = -x_1x_2.$$

Aus unseren Messungen berechnet sich nach (16), (17) und (18) die folgende Tabelle.

| Material         | $\Delta$ | $\theta = \frac{\Delta}{1-\Delta}$ | $g/g'$ |       | $(m-1) \cdot 10^4$ | $g \cdot 10^{25}$ |       | $g' \cdot 10^{25}$ |       | $ g-g'  \cdot 10^4$ | Material |
|------------------|----------|------------------------------------|--------|-------|--------------------|-------------------|-------|--------------------|-------|---------------------|----------|
|                  |          |                                    | I      | II    |                    | I                 | II    | I                  | II    |                     |          |
| CO <sub>2</sub>  | 0,073    | 0,0787                             | 2,04   | 0,385 | 4,53               | 39,58             | 19,40 | 12,66              | 32,86 | 20,2                | ...      |
| O <sub>2</sub>   | 0,0665   | 0,0712                             | 1,974  | 0,409 | 2,74               | 23,55             | 11,93 | 8,05               | 19,68 | 11,6                | O ...    |
| N <sub>2</sub>   | 0,0300   | 0,0309                             | 1,575  | 0,584 | 3,01               | 22,96             | 14,56 | 11,76              | 20,16 | 8,40                | ...      |
| NH <sub>3</sub>  | 0,010    | 0,0101                             | 1,303  | 0,748 | 3,83               | 26,15             | 20,06 | 18,03              | 24,12 | 6,09                | ...      |
| N <sub>2</sub> O | 0,12     | 0,1363                             | 2,551  | 0,237 | 5,14               | 49,86             | 19,54 | 9,42               | 39,76 | 30,3                | ...      |

Hier sind für  $m$  die Werte genommen, die Wellenlängen zwischen 450 und 500  $\mu\mu$  entsprechen<sup>1)</sup>, denn eine gewisse Willkürlichkeit ist ja nicht ausgeschlossen, da wir mit weißem Licht gearbeitet haben; und zwar ist  $m-1$  nach (15) berechnet worden, indem wir für die Loschmidtsche Zahl  $N = 27,6 \cdot 10^{18}$  gesetzt haben. Wie wir erwähnt haben, ergeben sich zwei Werte für  $g/g'$  und somit auch für  $g$  und  $g'$  selbst, die durch I und II unterschieden sind, jedoch nur einen für  $|g-g'|$ .

$g$  und  $g'$  sind in absoluten elektrostatischen Einheiten gemessen, sie haben also die Dimension  $[\text{cm}^3]$ .

In der folgenden Tabelle berechnen wir dieselben Größen nach den von Strutt gemessenen Depolarisationen.

Die eingeklammerten Zahlen sind unsicher, weil bei den betreffenden Stoffen die Messungen der Brechungsexponenten noch größere Schwankungen aufweisen.

Bei He ist die Bestimmung eindeutig, weil der zweite aus (14) bzw. (16) und (17) folgende Wert  $g/g' = -0,36$  natürlich unmöglich ist.

Der exzeptionell große Wert von  $g/g'$  für He beweist<sup>2)</sup>, daß die He-Molekel sich genähert wie ein linearer Resonator

$$\left(\frac{g}{g'} = \infty\right)$$

verhält. Da durch Absorptions- und Resonanzbeobachtungen schon von Paschen<sup>3)</sup> nachgewiesen worden ist, daß die ab-

1) Vgl. die Zusammenstellung von St. Loria, Die Lichtbrechung in Gasen. Braunschweig 1914.

2) R. J. Strutt, Proc. of the Royal Soc. (A.) 95. S. 168. 1918.

3) F. Paschen, Ann. d. Phys. 45. S. 625. 1914.

| Material                 | $\Delta$ | $\theta = \frac{\Delta}{1-\Delta}$ | $g/g'$ |       | $(m-1) \cdot 10^4$ | $g \cdot 10^{25} \quad g' \cdot 10^{25}$ |       | $g \cdot 10^{25} \quad g' \cdot 10^{25}$ |       | $ g-g'  \cdot 10^{25}$ |
|--------------------------|----------|------------------------------------|--------|-------|--------------------|--|-------|--|-------|------------------------|
|                          |          |                                    | I      | II    |                    | I  | II    | I  | II    |                        |
| He . . . . .             | 0,42     | 0,7241                             | 15,48  | —     | 0,350              | 5,363                                    | 0,346 | —  | —     | 5,02                   |
| O . . . . .              | 0,14     | 0,1628                             | 2,788  | 0,184 | 5,14               | 51,78                                    | 18,58 | 7,52                                     | 40,71 | 33,2                   |
| S <sub>2</sub> . . . . . | 0,120    | 0,1363                             | 2,551  | 0,237 | 14,8               | 143,6                                    | 56,3  | 27,1                                     | 114,5 | 87,3                   |
| van . . . . .            | 0,120    | 0,1363                             | 2,551  | 0,237 | [8,6               | 83,4                                     | 32,7  | 15,8                                     | 66,5  | 50,7]                  |
| O <sub>2</sub> . . . . . | 0,080    | 0,0870                             | 2,116  | 0,360 | 4,53               | 40,3                                     | 19,0  | 12,0                                     | 33,2  | 21,2                   |
| . . . . .                | 0,060    | 0,0678                             | 1,906  | 0,435 | 2,74               | 23,1                                     | 12,1  | 8,47                                     | 19,47 | 11,0                   |
| benzol . . . .           | 0,060    | 0,0638                             | 1,906  | 0,435 | [17,6              | 148,6                                    | 77,9  | 54,5                                     | 125,0 | 70,6]                  |
| Phosphor . . .           | 0,035    | 0,0363                             | 1,633  | 0,554 | —                  | —  | —     | —  | —     | —                      |
| Phosphor . . .           | 0,032    | 0,0331                             | 1,599  | 0,572 | 3,38               | 25,98                                    | 16,25 | 13,00                                    | 22,74 | 9,73                   |
| . . . . .                | 0,032    | 0,0331                             | 1,599  | 0,572 | 2,85               | 21,91                                    | 13,70 | 10,97                                    | 19,17 | 8,20                   |
| . . . . .                | 0,030    | 0,0309                             | 1,575  | 0,584 | 3,01               | 22,96                                    | 14,56 | 11,76                                    | 20,16 | 8,40                   |
| Chloroform . .           | 0,030    | 0,0309                             | 1,575  | 0,584 | 14,6               | 111,3                                    | 70,6  | 57,1                                     | 97,7  | 40,6                   |
| Ethylen . . . .          | 0,030    | 0,0309                             | 1,575  | 0,584 | [7,40              | 56,4                                     | 35,8  | 28,9                                     | 49,5  | 20,6]                  |
| . . . . .                | 0,017    | 0,0173                             | 1,410  | 0,678 | 1,40               | 10,01                                    | 7,10  | 6,13                                     | 9,04  | 2,91                   |
| Äther . . . . .          | 0,017    | 0,0173                             | 1,410  | 0,678 | 15,2               | 108,7                                    | 77,1  | 66,6                                     | 98,2  | 31,6                   |
| Äthan . . . . .          | 0,012    | 0,0121                             | 1,336  | 0,726 | 17,1               | 118,5                                    | 88,7  | 78,9                                     | 108,5 | 29,7                   |

sorbierte Energie bei diesem Gase verlustlos wieder in Strahlung umgewandelt wird, so hat die He-Molekel in der Tat die Eigenschaften eines Planckschen linearen Oszillators.

### § 6. Die Asymmetrie der Molekel und der Kerreffekt.

Die Doppelbrechung eines Gases im elektrischen Felde kann durch die Orientierung der Molekeln infolge der elektrostatischen Kräfte gedeutet werden. Nachdem ich die diesbezüglichen Formeln entwickelt hatte, fand ich, daß Langevin<sup>1)</sup> bereits auf derselben Grundlage eine Theorie ausgearbeitet hat. Es sei mir gestattet, dieselbe wiederzugeben, da die Ableitung nur kurz ist, zumal die Endformel bei Langevin infolge eines Versehens fehlerhaft ist.

Bezeichnen  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  die elektromagnetischen Hauptachsen der Molekel, so ist die elektrische Energie eines Teilchens

$$(22) u = -\frac{1}{2} (p_{\xi} \mathcal{E}_{\xi} + p_{\eta} \mathcal{E}_{\eta} + p_{\zeta} \mathcal{E}_{\zeta}) = -\frac{1}{2} \{ h \mathcal{E}_{\xi}^2 + h' (\mathcal{E}_{\eta}^2 + \mathcal{E}_{\zeta}^2) \},$$

wenn  $p_{\xi} = h \mathcal{E}_{\xi}$  usw. das elektrische Moment ist, welches durch das elektrostatische Feld  $\mathcal{E}$  hervorgerufen wird. (Bei nicht

1) P. Langevin, Le Radium 7. S. 249. 1910.

stark komprimierten Gasen ist die Feldstärke gleich der erregenden Kraft.)

Seien  $x, y, z$  im Raume feste Richtungen, und habe die Molekel eine durch das Schema

$$(23) \quad \left\{ \begin{array}{c|ccc} & \xi & \eta & \zeta \\ \hline x & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ y & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ z & \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{array} \right.$$

gegebene Orientierung, so wird, wenn das gleichförmige Feld  $E$  die Richtung der  $z$ -Achse hat,

$$(24) \quad u = -\frac{E^2}{2} \{ h \gamma_1^2 + h' (\gamma_2^2 + \gamma_3^2) \} = -\frac{E^2}{2} \{ h' + (h - h') \gamma_1^2 \}.$$

Somit ist die Verteilungsfunktion

$$(25) \quad dZ = a e^{\frac{E^2}{2kT} (h - h') \gamma_1^2} \sin \vartheta d\vartheta d\varphi d\psi,$$

unter  $\vartheta, \varphi, \psi$  die Eulerschen Winkel verstanden.

Ist  $E$  hinreichend klein, was praktisch in den bisher beobachteten Fällen stets gilt, so ist

$$(26) \quad dZ = a(1 + K \gamma_1^2) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi d\psi,$$

wo zur Abkürzung

$$(27) \quad K = \frac{E^2}{2kT} (h - h')$$

gesetzt ist.  $a$  bestimmt sich dadurch, daß  $\int dZ = N$  ist.

Für Lichtschwingungen, deren Feldstärke  $\mathfrak{E}$  ist, gilt nun

$$(28) \quad v_\xi = g \mathfrak{E}_\xi; \quad v_\eta = g' \mathfrak{E}_\eta; \quad v_\zeta = g' \mathfrak{E}_\zeta.$$

$g$  und  $g'$  sind im allgemeinen von  $h$  und  $h'$  verschieden, da infolge der Trägheit der Schwingungen  $g$  und  $g'$  von der Schwingungszahl abhängen. Nur bei Stoffen, für die die Maxwellsche Beziehung  $\varepsilon = m^2$  gilt, wird  $g = h$ ;  $g' = h'$  sein.

Aus (28) folgt mittels (23) für Schwingungen in Richtung von  $x$  und  $z$

$$(29) \quad \left\{ \begin{array}{l} v_x = g \mathfrak{E}_\xi \alpha_1 + g' (\mathfrak{E}_\eta \alpha_2 + \mathfrak{E}_\zeta \alpha_3) = \\ \mathfrak{E}_x \{ g \alpha_1^2 + g' (\alpha_2^2 + \alpha_3^2) \} = \mathfrak{E}_x \{ g' + (g - g') \alpha_1^2 \} \\ v_z = g \mathfrak{E}_\xi \gamma_1 + g' (\mathfrak{E}_\eta \gamma_2 + \mathfrak{E}_\zeta \gamma_3) = \\ \mathfrak{E}_z \{ g \gamma_1^2 + g' (\gamma_2^2 + \gamma_3^2) \} = \mathfrak{E}_z \{ g' + (g - g') \gamma_1^2 \}. \end{array} \right.$$



Bilden wir die Mittelwerte

$$\bar{p}_x = \frac{\int p_x dZ}{\int dZ} \quad \text{und} \quad \bar{p}_z = \frac{\int p_z dZ}{\int dZ},$$

so folgt:

$$(30) \quad \begin{cases} \bar{p}_x = \mathfrak{E}_x \left\{ \frac{g + 2g'}{3} - \frac{2}{45}(g - g')K \right\}, \\ \bar{p}_z = \mathfrak{E}_z \left\{ \frac{g + 2g'}{2} + \frac{4}{45}(g - g')K \right\}, \end{cases}$$

denn

$$\overline{\alpha_1^2} = \overline{\gamma_1^2} = \frac{1}{3}; \quad \overline{\alpha_1^2 \gamma_1^2} = \frac{1}{15}; \quad \overline{\gamma_1^4} = \frac{1}{5}.$$

Nun ist aber

$$(31) \quad 4\pi N \bar{p}_x = (m_1^2 - 1)\mathfrak{E}_x; \quad 4\pi N \bar{p}_z = (m_2^2 - 1)\mathfrak{E}_z,$$

wenn  $m_1$  bzw.  $m_2$  die Brechungsexponenten für elektrische Schwingungen  $\perp$  bzw.  $\parallel$  dem elektrostatischen Felde  $E$  bedeuten; also ergibt sich

$$m_2^2 - m_1^2 = 4\pi \cdot N \frac{1}{15} (g - g')K,$$

d. h. mit hinreichender Näherung ( $m_1 + m_2 = 2$ ) unter Benutzung von (27)

$$(32) \quad m_2 - m_1 = \frac{2\pi N(h - h')(g - g')}{15 k T} E^2.$$

Hieraus berechnet sich die Kerrkonstante ( $\lambda_0$  Wellenlänge im Vakuum)

$$(33) \quad B = \frac{m_2 - m_1}{\lambda_0 E^2} = \frac{2\pi N(h - h')(g - g')}{15 \lambda_0 k T}.$$

Ist  $N_0$  die Avogadro'sche Zahl, also  $k N_0 = R$  die universelle Gaskonstante, so wird

$$N = N_0 \frac{d}{M},$$

wo  $d$  das spez. Gewicht,  $M$  das Molekulargewicht des Gases bedeutet. So ergibt sich

$$(34) \quad \begin{cases} B = \frac{2\pi N_0^2 d}{15 \lambda_0 M R T} (h - h')(g - g') = \\ \frac{2\pi N_0^2 d_0}{15 M R 273} \cdot \frac{p}{p_0(1 + \alpha t)^2} \cdot \frac{(h - h')(g - g')}{\lambda_0} \end{cases}$$

Hier ist  $d_0$  das reduzierte spez. Gewicht (für  $t = 0$  und  $p = p_0$ ).

Nach Langevin wird die rechte Seite von (34) dreimal so groß, jedoch fehlt irrtümlicherweise in seinen Formeln (38) auf den linken Seiten ein Faktor 3.

Ich erwähne das besonders, da die Langevinsche Formel bereits in die Literatur übergegangen ist, so in die Arbeit von Himstedt<sup>1)</sup> und die von Bergholm<sup>2)</sup>, sowie in das Referat von Szivessy<sup>3)</sup>, der die Formel überdies falsch abgeschrieben hat, jedoch ist der irrtümliche Zahlenfaktor in den beiden ersten erwähnten Abhandlungen von keinem Einfluß, da Himstedt nur das Verhältnis der absoluten Doppelbrechungen, Bergholm den Temperaturkoeffizienten mit der Langevinschen Formel vergleicht. Diese lautet in seiner Schreibweise richtig

$$B = \frac{(x-1)(x+2)(n^2-1)(n^2+2)\delta\delta_0}{120\pi R T c \lambda n}.$$

Nach dieser kleinen Abschweifung kehren wir zu unserer Formel (34) zurück. Der erste Faktor rechts

$$\frac{2\pi N_0^2 d_0}{15 M R 273}$$

ist eine universelle Konstante, da nach dem Avogadroschen Gesetz  $M/d_0$  vom Stoff unabhängig ist. Der zweite Faktor

$$\frac{p}{p_0(1+\alpha t)^2}$$

gibt die Temperatur- und Druckkorrektur, der dritte

$$\frac{(h-h')(g-g')}{\lambda_0}$$

hängt nur von der Wellenlänge ab.

Mit

$$R = 8,31 \cdot 10^7; \quad N_0 = 6,175 \cdot 10^{23}; \quad \frac{M}{d_0} = 2,244 \cdot 10^4$$

ergibt sich

$$(35) \quad B = 3,137 \cdot 10^{32} \frac{p}{p_0(1+\alpha t)^2} \frac{(h-h')(g-g')}{\lambda_0}.$$

Will man  $g-g'$  aus dieser Formel berechnen, so muß man  $h-h'$  ausdrücken, d. h. man muß die Wellenlängen-

1) F. Himstedt, Ann. d. Phys. 48. S. 1061. 1915.

2) C. Bergholm, Ann. d. Phys. 51. S. 414. 1916.

3) G. Szivessy, Jahrbuch d. Radioaktivität 16. S. 414. 1920.

abhängigkeit der Bindungen in den Richtungen der Hauptachsen kennen. Ich stelle dieses Problem noch zurück, bis ich die nötige Literatur habe, um die Dispersionstheorien von Debye und Sommerfeld auf der Grundlage des Bohrschen Modells studieren zu können. Bei Kohlensäure jedoch, die annähernd dem Maxwell'schen Gesetze  $m^2 = \epsilon$  folgt, können wir die Rechnung durchführen.

Nach Rohmann<sup>1)</sup> ist für  $\text{CO}_2$   $\epsilon - 1 = 9,89 \cdot 10^{-4}$ , während  $m^2 - 1 = 9,06 \cdot 10^{-4}$  für  $\lambda = 500 \mu\mu$  ist (vgl. Loria a. a. O. S. 69). Es ist also

$$\frac{g + 2g'}{h + 2h'} = \frac{9,06}{9,89} = 0,916$$

ein von 1 wenig verschiedener Korrektionsfaktor. Wir werden also einen verhältnismäßig geringen Fehler begehen, wenn wir etwas willkürlich

$$\frac{g}{h} = \frac{g'}{h'} = 0,916$$

annehmen, zumal nur die der Eins noch nähere Quadratwurzel aus 0,916, d. h. 0,957 in Betracht kommt.

Tun wir das, so wird aus (35)

$$(36) \quad |g - g'| = 5,647 \cdot 10^{-17} \sqrt{\frac{B \lambda_0 p_0}{p}} 0,916 (1 + \alpha t).$$

Nun ist nach Leiser<sup>2)</sup>  $B = 0,015 B_0 \cdot 10^{-2}$  für  $p = 1766 \text{ mm Hg}$  und Zimmertemperatur, also etwa  $18^\circ$ , nach Hansen<sup>3)</sup>  $B = 0,007 \cdot B_0 \cdot 10^{-2}$  für  $p = 760 \text{ mm Hg}$ , wo  $B_0$  die Kerrkonstante von flüssigem  $\text{CS}_2$  bedeutet.

Das Mittel aus den Werten von Leiser und Hansen ist

$$B \frac{p_0}{p} = 0,0067 \cdot B_0 \cdot 10^{-2}.$$

Nun hat nach Lyon<sup>4)</sup>  $B_0$  für  $\lambda = 500 \mu\mu$  den Wert  $B_0 = 4,06 \cdot 10^{-7}$ . Somit ergibt sich nach (36)

$$|g - g'| = 21,2 \cdot 10^{-25},$$

1) H. Rohmann, Ann. d. Phys. 34. S. 1001. 1911.

2) R. Leiser, Verh. d. D. Phys. Ges. 13. S. 903. 1911.

3) Die Hansensche Arbeit ist mir unzugänglich. Ich entnehme den Zahlenwert einer Tabelle bei Szivessy (a. a. O. S. 263).

4) N. Lyon Ann. d. Phys. 46. S. 753. 1915.

während sich aus meinen Depolarisationsmessungen

$$|g - g'| = 20,2 \cdot 10^{-25},$$

aus denen Strutts

$$|g - g'| = 21,2 \cdot 10^{-25}$$

ergeben hatte. Die Übereinstimmung kann garnicht besser erwartet werden.

Es ist bemerkenswert, daß sowohl das Kerrphänomen als auch die Depolarisation der seitlichen Strahlung den absoluten Wert von  $g - g'$  trotz der Zweideutigkeit von  $g$  und  $g'$  eindeutig ergeben.

#### § 7. Die Molekelform nach der Clausius-Mossottischen Theorie.

Es sei uns gestattet, einen kurzen Abstecher in das allerdings etwas unmoderne Gebiet der Clausius-Mossottischen Theorie zu machen, die den Molekeln vollkommene Leitfähigkeit und eine bestimmte Form zuschreibt. Wegen der Asymmetrie dürfen wir natürlich keine Kugelform voraussetzen, wie Clausius das getan hat, sondern müssen die Molekeln als Rotationsellipsoide ansehen. Wir sind uns dabei bewußt, daß wir hiermit eine der wirklichen Struktur äquivalente Form im Sinne der Subultramikroskopie erhalten.

Unter dieser Voraussetzung gilt<sup>1)</sup>

$$(37) \quad g = \frac{a b^2}{\gamma}; \quad g' = \frac{a b^2}{\gamma'}.$$

Hier ist  $a$  die Halbachse der Meridianellipse, welche mit der Figurenachse des Rotationsellipsoids zusammenfällt,  $b$  die andere Halbachse. Der Brechungsexponent des Ellipsoids ist, vollkommener Leitfähigkeit entsprechend, als  $\infty$  angenommen.  $\gamma$  und  $\gamma'$  sind nicht voneinander unabhängig, sondern es gilt

$$(38) \quad \gamma + 2\gamma' = 3;$$

diese Größen hängen vom Achsenverhältnis  $a/b$  ab, und zwar ist für verlängerte Rotationsellipsoide ( $g > g'$ )

$$(39) \quad \gamma = 3 \frac{1 - e^2}{e^2} \left( \frac{1}{2e} \log \frac{1+e}{1-e} - 1 \right); \quad e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$

und für abgeplattete ( $g < g'$ )

$$(40) \quad \gamma = \frac{3}{e^2} \left( 1 - \frac{\sqrt{1-e^2}}{e} \arcsin e \right); \quad e^2 = 1 - \frac{a^2}{b^2}.$$

1) R. Gans, Ann. d. Phys. 62. S. 331. 1920; Formeln (11) bis (15).

Die Werte von  $b/a$  bzw.  $a/b$  als Funktionen von  $\gamma$  finden sich in Tab. 8 meiner soeben zitierten Arbeit und sind in Fig. 6 graphisch dargestellt.

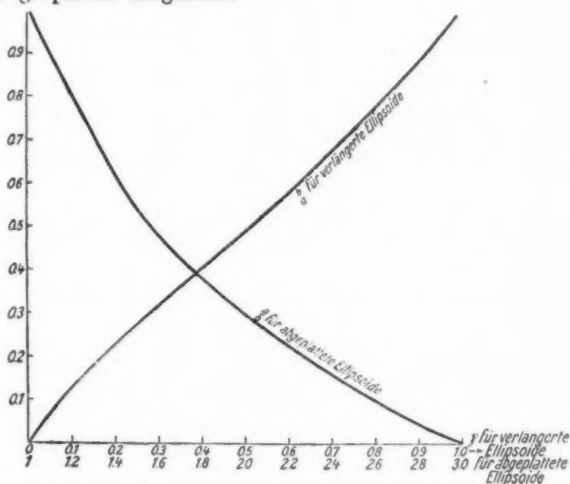


Fig. 6.

Aus (37) folgt unter Berücksichtigung von (38)

$$\frac{g}{g'} = \frac{\gamma'}{\gamma} = \frac{3 - \gamma}{2\gamma},$$

also:

$$(41) \quad \gamma = \frac{3}{2 \frac{g}{g'} + 1}.$$

Aus (41) berechnet sich  $\gamma$ , indem man  $g/g'$  den Tabellen des § 5 entnimmt. Dann ergibt sich  $a/b$  aus Fig. 6 und schließlich  $a$  gemäß (37) aus

$$(42) \quad a^3 = g\gamma \frac{a^2}{b^3}.$$

Auf diese Weise sind die folgenden Tabellen berechnet worden. Es ergeben sich für jeden Stoff (mit Ausnahme des eindeutig bestimmten He) zwei durch I und II unterschiedene Formen. Dagegen ist der „mittlere Durchmesser“

$$(43) \quad \sigma = 2 \frac{a + 2b}{3}$$

eindeutig bestimmt.

Nach meinen Messungen folgt:

| Material         | a/b   |       | I                 |                   | II                |                   | $\sigma \cdot 10^9$ cm |
|------------------|-------|-------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------------------------|
|                  | I     | II    | $a \cdot 10^9$ cm | $b \cdot 10^9$ cm | $a \cdot 10^9$ cm | $b \cdot 10^9$ cm |                        |
| CO <sub>2</sub>  | 1,776 | 0,437 | 19,46             | 10,96             | 7,43              | 16,99             | 27,6                   |
| N <sub>2</sub>   | 1,453 | 0,630 | 15,21             | 10,46             | 8,65              | 13,73             | 24,1                   |
| O <sub>2</sub>   | 1,730 | 0,460 | 16,23             | 9,38              | 6,55              | 14,24             | 23,3                   |
| NH <sub>3</sub>  | 1,246 | 0,767 | 15,00             | 12,04             | 10,84             | 14,14             | 26,1                   |
| N <sub>2</sub> O | 2,101 | 0,283 | 22,12             | 10,53             | 5,36              | 18,92             | 28,8                   |

Nach den Struttischen Messungen ergibt sich ferner:

| Material                         | a/b   |       | I                 |                   | II                |                   | $\sigma \cdot 10^9$ cm |
|----------------------------------|-------|-------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------------------------|
|                                  | I     | II    | $a \cdot 10^9$ cm | $b \cdot 10^9$ cm | $a \cdot 10^9$ cm | $b \cdot 10^9$ cm |                        |
| He                               | 9,175 | —     | 16,18             | 1,764             | —                 | —                 | 13,14                  |
| N <sub>2</sub> O                 | 2,238 | 0,231 | 22,78             | 10,18             | 4,45              | 19,25             | 28,70                  |
| CS <sub>2</sub>                  | 2,101 | 0,283 | 31,47             | 14,98             | 7,615             | 26,91             | 40,95                  |
| CN                               | 2,101 | 0,283 | 26,25             | 12,49             | 6,362             | 22,48             | 34,18]                 |
| CO <sub>2</sub>                  | 1,825 | 0,409 | 19,74             | 10,81             | 7,047             | 17,23             | 27,62                  |
| O <sub>2</sub>                   | 1,684 | 0,485 | 15,98             | 9,49              | 6,837             | 14,10             | 23,34                  |
| C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>    | 1,684 | 0,485 | 29,73             | 17,66             | 12,72             | 26,22             | 43,40]                 |
| CO                               | 1,471 | 0,622 | 15,90             | 10,81             | 8,896             | 14,30             | 25,00                  |
| Ar                               | 1,471 | 0,622 | 15,02             | 10,21             | 8,408             | 13,52             | 23,63                  |
| N <sub>2</sub>                   | 1,453 | 0,630 | 15,21             | 10,46             | 8,65              | 13,73             | 24,1                   |
| CHCl <sub>3</sub>                | 1,453 | 0,630 | 25,71             | 17,69             | 14,64             | 23,24             | 40,74                  |
| C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>    | 1,453 | 0,630 | 20,49             | 14,10             | 11,67             | 18,52             | 32,46]                 |
| H <sub>2</sub>                   | 1,331 | 0,706 | 11,17             | 8,39              | 7,30              | 10,34             | 18,64                  |
| C <sub>2</sub> H <sub>10</sub> O | 1,331 | 0,706 | 24,74             | 18,58             | 16,17             | 22,90             | 41,29                  |
| C <sub>2</sub> H <sub>12</sub>   | 1,271 | 0,746 | 25,00             | 19,68             | 17,51             | 23,47             | 42,94                  |

Die eingeklammerten Zahlen sind wegen der ungenau bekannten Brechungsexponenten unsicher.

Die so ermittelten molekularen Dimensionen stimmen mit den aus der kinetischen Gastheorie berechneten gut überein, wie man aus den Tabellen von Landolt-Börnstein ersehen kann.

Es dürfte nicht uninteressant sein, einige Meridianschnitte von Gasmolekeln im Sinne der Clausius-Mossottischen Theorie wiederzugeben (Fig. 7). Die Ellipsen sind nicht genau konstruiert, wohl aber ihre Achsen, und zwar im beigegebenen

Maßstabe. Die Figurenachse ist in die Zeichnungen eingetragen worden.

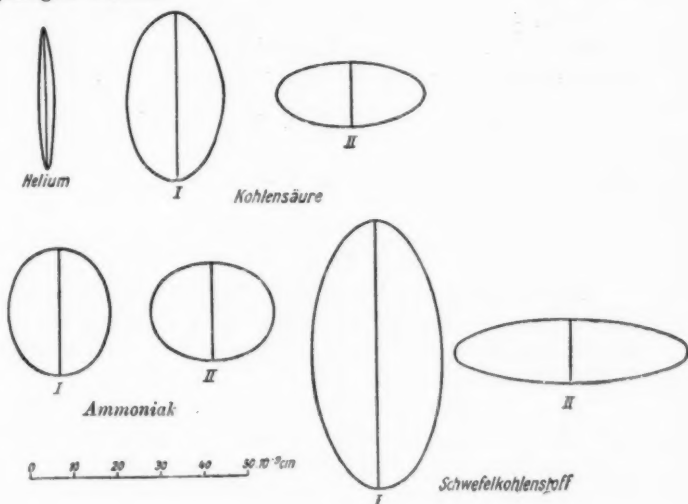


Fig. 7.

#### § 8. Die Tellehenform und die magnetische Drehung der Polarisationssebene.

Während die Depolarisation des Tyndall-Lichts und das Kerrphänomen bei Gasen sich nur durch die Asymmetrie der Molekeln erklären lassen, ergibt sich auch bei isotroper Bindung der schwingungsfähigen Teilchen eine magnetische Drehung der Polarisationssebene.

Es ist nun von Interesse zu untersuchen, inwieweit die aus unseren Depolarisationsversuchen abgeleiteten Konstanten  $g$  und  $g'$  auch den Faradayeffekt quantitativ erklären können. Dabei haben wir die Nebenabsicht, zu sehen, ob dieser letztere nicht die Zweideutigkeit unserer Resultate auflösen und uns, zusammen mit den früheren Ergebnissen, zu eindeutiger Struktur führen würde. Theoretisch muß das allerdings so sein, praktisch jedoch ist die Genauigkeit der bisherigen Messungen nicht groß genug, um das entscheidende Wort sprechen zu lassen. Wohl aber bietet die Verdetische Kon-

stante der Gase eine befriedigende Bestätigung unserer Beobachtungen.

Seien  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  wie früher, die Hauptachsen der Molekel,  $u$  die Verschiebung eines Dispersionselektrons in Richtung dieser Achsen, so gelten die Bewegungsgleichungen:

$$(44) \quad \begin{cases} m \ddot{u}_\xi + a u_\xi = e \left( \mathfrak{E}_\xi + \frac{\dot{u}_\eta}{c} \mathfrak{S}_\zeta - \frac{\dot{u}_\zeta}{c} \mathfrak{S}_\eta \right) \\ m \ddot{u}_\eta + a' u_\eta = e \left( \mathfrak{E}_\eta + \frac{\dot{u}_\zeta}{c} \mathfrak{S}_\xi - \frac{\dot{u}_\xi}{c} \mathfrak{S}_\zeta \right) \\ m \ddot{u}_\zeta + a' u_\zeta = e \left( \mathfrak{E}_\zeta + \frac{\dot{u}_\xi}{c} \mathfrak{S}_\eta - \frac{\dot{u}_\eta}{c} \mathfrak{S}_\xi \right). \end{cases}$$

Hierin sind  $m$  die Masse,  $e$  die Ladung des Elektrons,  $a$  bzw.  $a'$  die Direktionskräfte parallel bzw. senkrecht zur Figurenachse,  $\mathfrak{E}$  das periodische elektrische Feld der Lichtwelle,  $\mathfrak{S}$  das konstante magnetische Feld.

In weiter Entfernung von einer Absorptionslinie können wir von der Dämpfung absehen, und bei Gasen ist die erregende Kraft mit der elektrischen Feldstärke identisch. Diese Vereinfachungen haben wir bei unserem Ansatz bereits benutzt.

Sind die Feldstärken der Lichtwelle und somit auch die Elektronenverschiebungen dem Faktor  $e^{i\omega t}$  proportional, so gehen die Gleichungen (44) über in

$$(45) \quad \begin{cases} (a - m\omega^2) u_\xi = e \left[ \mathfrak{E}_\xi + \frac{i\omega}{c} (u_\eta \mathfrak{S}_\zeta - u_\zeta \mathfrak{S}_\eta) \right] \\ (a' - m\omega^2) u_\eta = e \left[ \mathfrak{E}_\eta + \frac{i\omega}{c} (u_\zeta \mathfrak{S}_\xi - u_\xi \mathfrak{S}_\zeta) \right] \\ (a' - m\omega^2) u_\zeta = e \left[ \mathfrak{E}_\zeta + \frac{i\omega}{c} (u_\xi \mathfrak{S}_\eta - u_\eta \mathfrak{S}_\xi) \right] \end{cases}$$

Wir multiplizieren diese Gleichungen mit den geeigneten Faktoren des Schemas (23) und addieren, wobei wir annehmen, daß das Magnetfeld  $H$  die Richtung der  $z$ -Achse hat; es folgt:

$$(46) \quad \begin{cases} b' u_x + (b - b') \alpha_1 (\alpha_1 u_x + \beta_1 u_y + \gamma_1 u_z) = e \left( \mathfrak{E}_x + \frac{i\omega H}{c} u_y \right) \\ b' u_y + (b - b') \beta_1 (\alpha_1 u_x + \beta_1 u_y + \gamma_1 u_z) = e \left( \mathfrak{E}_y - \frac{i\omega H}{c} u_x \right) \\ b' u_z + (b - b') \gamma_1 (\alpha_1 u_x + \beta_1 u_y + \gamma_1 u_z) = e \mathfrak{E}_z, \end{cases}$$



wo

$$(47) \quad a - m\omega^2 = b; \quad a' - m\omega'^2 = b'$$

gesetzt ist.

Mitteln wir über alle gleich wahrscheinlichen Orientierungen der Molekeln, nehmen wir ferner an, daß die Molekel  $v$  Dispersionselektronen und die Volumeinheit  $N$  Molekeln enthalte, so ergibt sich unter Einführung der Polarisations

$$(48) \quad \mathfrak{P} = N v e u,$$

$$(49) \quad \begin{cases} k \mathfrak{P}_x = N v e^2 (\mathfrak{E}_x + i h \mathfrak{P}_y) \\ k \mathfrak{P}_y = N v e^2 (\mathfrak{E}_y - i h \mathfrak{P}_x) \end{cases}$$

unter  $k$  und  $h$  die folgenden Abkürzungen verstanden:

$$(50) \quad k = \frac{b + 2b'}{3}; \quad h = \frac{\omega H}{c N v e}.$$

Da aber

$$(51) \quad \mathfrak{P} = \frac{m^2 - 1}{4\pi} \mathfrak{E}$$

ist, wo  $m$  den Brechungsexponenten bedeutet, so folgt aus (49)

$$(52) \quad \begin{cases} \left(k - \frac{4\pi N v e^2}{m^2 - 1}\right) \mathfrak{P}_x = i N v e^2 h \mathfrak{P}_y \\ \left(k - \frac{4\pi N v e^2}{m^2 - 1}\right) \mathfrak{P}_y = -i N v e^2 h \mathfrak{P}_x \end{cases}$$

Daraus schließt man in bekannter Weise  $\mathfrak{P}_x = \pm i \mathfrak{P}_y$ , d. h. die Möglichkeit zweier zirkular polarisierter Wellen entgegengesetzten Drehungssinnes mit den Brechungsexponenten  $m_+$  bzw.  $m_-$ , und es ergibt sich unter Vernachlässigung von  $h^2$  genähert (d. h.  $m_+ + m_- = 2$ )

$$(53) \quad m_+ - m_- = \frac{4\pi N^2 v^2 e^4 h}{k^3}.$$

Bezeichnet  $F$  die Verdetkonstante, so daß also

$$(54) \quad F H = \frac{\omega}{2c} (m_+ - m_-),$$

so gilt nach (53) mit Benutzung von (50) und unter Einführung der Wellenlänge  $\lambda_0$  im Vakuum

$$(55) \quad F = \frac{8\pi^3 N v e^4}{\lambda_0^3 k^3}.$$

Wir brauchen nur noch die Beziehung zwischen  $k$  und unseren Koeffizienten  $g, g'$  anzuschreiben, um die Meßresultate der Verdetkonstanten mit denen der Depolarisation vergleichen zu können.

Nach (45) ist ohne Magnetfeld

$$u_x = \frac{e}{b} \mathcal{E}_x; \quad u_y = \frac{e}{b'} \mathcal{E}_y; \quad u_z = \frac{e}{b'} \mathcal{E}_y,$$

somit die Komponenten des elektrischen Moments einer Molekel

$$(56) \quad \begin{cases} p_x = e v u_x = \frac{e^2 v}{b} \mathcal{E}_x; & p_y = e v u_y = \frac{e^2 v}{b'} \mathcal{E}_y; \\ p_z = e v u_z = \frac{e^2 v}{b'} \mathcal{E}_x. \end{cases}$$

Vergleicht man diese Formeln mit (28), so ergibt sich

$$(57) \quad g = \frac{e^2 v}{b}; \quad g' = \frac{e^2 v}{b'},$$

so daß nach (50)

$$(58) \quad k = \frac{b + 2b'}{3} = \frac{e^2 v}{3} \left( \frac{1}{g} + \frac{2}{g'} \right)$$

wird. Führt man diesen Wert in (55) ein, so erhält man schließlich

$$(59) \quad \frac{1}{g} + \frac{2}{g'} = \sqrt{\frac{72 \pi^2 N_0 d}{M e}} \frac{1}{\sqrt{\lambda_0^2 v V}}.$$

Hier ist

$$N = \frac{N_0 d}{M}$$

die Anzahl Molekeln in ccm ( $N_0 = 6,175 \cdot 10^{23}$  Avogadro'sche Zahl;

$$\frac{M}{d} = 2,244 \cdot 10^4 = \frac{\text{Molekulargew.}}{\text{Dichte}};$$

$e = 4,69 \cdot 10^{-10}$  die Elementarladung in elektrostatischen Einheiten. Die erste Quadratwurzel auf der Rechten ist eine universelle Konstante, so daß

$$(60) \quad F = \frac{1}{g} + \frac{2}{g'} = \frac{1,145 \cdot 10^{16}}{\lambda_0 \sqrt{v V}}$$

wird.

| Gas             | $V \cdot 10^9$ | $v$ | $F \cdot 10^{-24}$ |                  |      |
|-----------------|----------------|-----|--------------------|------------------|------|
|                 |                |     | magn.<br>Drehung   | Drehpolarisation |      |
|                 |                |     |                    | I                | II   |
| H <sub>2</sub>  | 2,258          | 2   | 3,41               | 3,81             | 3,84 |
| O <sub>2</sub>  | 2,095          | 4   | 2,56               | 2,10             | 2,26 |
| N <sub>2</sub>  | 2,299          | 6   | 1,95               | 1,81             | 1,84 |
| CO <sub>2</sub> | 3,493          | 8   | 1,37               | 1,28             | 1,40 |

In der Tabelle gibt die erste Kolumne das Gas, die zweite die Verdetkonstante  $V$  gemäß den Beobachtungen von Siertsema, zitiert nach Voigt.<sup>1)</sup> Wir haben dabei die Drehwinkel auf Bogenmaß für das Feld 1 umgerechnet und auf den Druck einer gewöhnlichen Atmosphäre reduziert, während Voigt sie für die ersten drei Stoffe in kg-Atmosphären angibt. Die Zahlen beziehen sich auf die Wellenlänge  $\lambda_0 = 500 \mu\mu = 5 \cdot 10^{-5}$  cm. Die dritte Kolumne gibt die Valenzen  $v$ , d. h. die Anzahl Dispersionselektronen in der Molekel nach Sommerfeld<sup>2)</sup> für H<sub>2</sub>; O<sub>2</sub>; N<sub>2</sub> und nach Drude<sup>3)</sup> für CO<sub>2</sub>. Die vierte Spalte gibt die Werte  $F \cdot 10^{-24}$  nach Formel (60), die fünfte und sechste die entsprechenden Zahlen nach den  $g$  und  $g'$ -Werten, die sich in der Tabelle des § 5 finden.

Die Übereinstimmung ist recht befriedigend, jedoch sind die Zahlen der vorletzten und letzten Spalte zu wenig verschieden, als daß die magnetische Drehung zwischen den beiden möglichen Formen entscheiden könnte.

*Anmerkung:* Die Paragraphen 1—4 vorstehender Abhandlung wurden auf Wunsch von Hrn. W. Wien soweit als möglich gekürzt, da die Arbeit für den in der Regel zur Verfügung stehenden Raum zu umfangreich war. So mußten die Beschreibung der Vorversuche sowie — leider — vieler experimentelle Einzelheiten ganz gestrichen werden. Die Kürzung konnte, um das Erscheinen der Arbeit nicht zu sehr hinauszuschieben, Hrn. Gans nicht mehr zur Genehmigung vorgelegt werden. Walther Gerlach.

1) W. Voigt, Magneto- und Elektrooptik, Leipzig 1908, S. 25; vgl. auch die Tabellen von Landolt-Börnstein.

2) A. Sommerfeld, Ann. d. Phys. 53. S. 497. 1917.

3) P. Drude, Ann. d. Phys. 14. S. 714. 1904.

(Eingegangen 11. Januar 1921.)

## 2. Magnetisierung durch Rotation. Eine Kritik<sup>1)</sup>: von Richard Gans.

In zwei Untersuchungen hat Hr. Barnett<sup>2)</sup> eine Magnetisierung ferromagnetischer Zylinder beschrieben, die durch Rotation dieser um ihre Achse hervorgerufen war.

Die Theorie dieses Phänomens ist folgende:

Unter der Annahme, daß ein Elementarmagnet ein starrer, aus Elektronen zusammengesetzter Rotationskörper ist, der um seine Figurenachse mit der Winkelgeschwindigkeit  $\mathfrak{G}$  rotiert, müssen wir ihm einen Drehimpuls

$$(1) \quad \mathfrak{J} = \sum m r^2 \mathfrak{G}$$

zuschreiben, wenn  $m$  die Masse eines Elektrons,  $r$  seinen Abstand von der Figurenachse bedeutet.

Das magnetische Moment des Magnetons ist

$$(2) \quad m = \sum \frac{e r^2}{2} \mathfrak{G},$$

unter  $e$  die elektrische Ladung des Elektrons verstanden, so daß sich

$$(3) \quad \mathfrak{J} = \frac{2m}{e} m$$

ergibt.

Der Drehimpuls und das magnetische Moment sind also zwei parallele Vektoren von entgegengesetztem Sinne, da  $e$  negatives Vorzeichen hat.

Die Grundgleichung des Kreisels ist

$$(4) \quad \frac{d\mathfrak{J}}{dt} = \mathfrak{C},$$

wo  $\mathfrak{C}$  das Drehmoment der äußeren Kräfte ist und  $d/dt$  die Differentiation nach der Zeit in einem im Raume festen Bezugssystem bedeutet.

1) R. Gans, Contribución al estudio de las ciencias, Univ. Nacional de La Plata 2. S. 197. 1917.

2) S. J. Barnett, Phys. Review (2) 6. S. 239. 1915; 10. S. 7. 1917.

Rotiert der ferromagnetische Körper, welcher die Magnetonen enthält, mit der Winkelgeschwindigkeit  $g$  um eine Achse, so ist es zweckmäßig, ein in dem Körper festes Bezugssystem einzuführen und eine Differentiation nach der Zeit in diesem System durch  $d'/dt$  zu bezeichnen.

Dann gilt die Beziehung

$$(5) \quad \frac{d\mathfrak{Z}}{dt} = \frac{d'\mathfrak{Z}}{dt} + [g, \mathfrak{Z}],$$

so daß (4) lautet

$$(6) \quad \frac{d'\mathfrak{Z}}{dt} = \mathfrak{C} - [g, \mathfrak{Z}].$$

Man kann also die Bewegung der Magnetonen bezüglich des Körpers, der sie enthält, beschreiben, indem man seine Rotation vernachlässigt und zu dem Drehmomente  $\mathfrak{C}$  der äußeren Kräfte das sogenannte Coriolissche Drehmoment  $-[g, \mathfrak{Z}]$  hinzufügt.

In unserem Falle existieren keine äußeren Kräfte ( $\mathfrak{C} = 0$ ). Führt man rechts das magnetische Moment  $m$  mittels (3) ein, so erhält man

$$(7) \quad \frac{d'\mathfrak{Z}}{dt} = - \left[ \frac{2m}{e} g, \mathfrak{M} \right].$$

Nun wissen wir, daß eine magnetische Kraft  $\mathfrak{H}'$  am Orte des Magnetons, die in die Richtung der Rotationsachse des Körpers fällt, ein Drehmoment  $-[\mathfrak{H}', m]$  hervorruft. Vergleichen wir dasselbe mit dem durch die Rotation des Körpers erzeugten Drehmoment, welches rechts in der Gleichung (7) steht, so erkennen wir, daß die magnetische Kraft

$$(8) \quad \mathfrak{H}' = \frac{2m}{e} g$$

in ihrer Wirkung der Rotation des Körpers mit der Winkelgeschwindigkeit  $g$  äquivalent ist, d. h. dieselbe Magnetisierung erzeugt.

Barnett erzeugt nun in dem ferromagnetischen Zylinder mittels einer ihm coaxialen Spule ein Magnetfeld  $\mathfrak{H}$ , welches dieselbe Magnetisierung hervorruft wie eine Rotation des Zylinders mit der Winkelgeschwindigkeit  $g$ , und berechnet die spezifische Ladung des Elektrons nach der Formel

$$(9) \quad \mathfrak{H} = \frac{2m}{e} g,$$

d. h. er nimmt an, daß das von der Spule hervorgerufene Magnetfeld gleich der magnetischen Kraft am Orte der Magnetonen ist.

Das scheint mir nun nicht richtig zu sein. Nach Weiss besteht nämlich zwischen der Feldstärke  $\mathfrak{H}$  und der magnetischen Kraft  $\mathfrak{H}'$  am Orte eines Magnetons (der sogenannten erregenden Kraft) die Beziehung

$$(10) \quad \mathfrak{H}' = \mathfrak{H} + N \mathfrak{M},$$

wo  $\mathfrak{M}$  die Magnetisierung,  $N$  eine für das Material charakteristische Konstante ist.  $N \mathfrak{M}$  heißt nach Weiss das Molekularfeld, ich habe vorgezogen, diesen Vektor das Strukturfeld zu nennen<sup>1)</sup> und den Begriff Molekularfeld für etwas anderes zu reservieren.

In den Versuchen von Barnett war die Magnetisierung immer äußerst klein, so daß man

$$(11) \quad \mathfrak{M} = \kappa \mathfrak{H}$$

setzen kann, unter  $\kappa$  die Anfangsuszeptibilität verstanden. Setzt man diesen Wert in (10) ein, so erhält man

$$(12) \quad \mathfrak{H}' = \mathfrak{H} (1 + \kappa N),$$

so daß aus (8) die richtige Gleichung

$$(13) \quad \mathfrak{H} (1 + \kappa N) = \frac{2m}{e} g$$

und nicht die von Barnett benutzte (9) folgt.

Weiss hat experimentell den Wert von  $N$  bestimmt, einerseits indem er die spezifische Wärme in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur maß<sup>2)</sup>, andererseits indem er die Suszeptibilität oberhalb des Curiepunktes beobachtete<sup>3)</sup>, und fand für Eisen  $N = 3372$ , für Nickel  $N = 13090$ .

Nimmt man aus den Messungen Barnetts den Wert der Permeabilität  $\mu = 4\pi\kappa = 61,8$  (d. h.  $\kappa = 4,84$ ), so ergibt sich für Stahl

$$1 + \kappa N = 16310$$

und für Nickel mit dem jedenfalls angenähert gültigen Wert der Suszeptibilität  $\kappa = 0,8$

$$1 + \kappa N = 10500.$$

1) R. Gans, Gött. Nachr. 1910. S. 261; 1911. S. 22.

2) P. Weiss u. P. Beek, Journ. de physique (4) 7. S. 249. 1908.

3) P. Weiss u. G. Foer, Arch. des sc. phys. et nat. (4) 31. S. 4; 89. 1911.

Barnett findet auf Grund seiner Formel (9) Werte für  $e/m$ , die von derselben Größenordnung sind wie die, welche für Kathoden- und  $\beta$ -Strahlen gelten, während wir nach Formel (13) 16310 resp. 10560 mal kleinere erhalten.

Es ist nicht möglich, den Grund für die große Abweichung zwischen Theorie und Experiment anzugeben, da der Effekt nach unserer Meinung an den Grenzen der Beobachtbarkeit lag, doch ist es jedenfalls von Interesse, durch Wiederholung der Versuche festzustellen, ob das Weiss'sche Strukturfeld hier nicht zur Geltung kommt oder die geladenen Teilchen keine Elektronen sind, was allerdings den Einstein und de Haas'schen Ergebnissen<sup>1)</sup> widersprechen würde, oder ob nur ein unglückseliger Zufall Hrn. Barnett den erwarteten Wert für die spezifische Ladung in die Hände gespielt hat.

La Plata, 27. Oktober 1917,  
Instituto de Física.

---

1) A. Einstein u. W. J. de Haas, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 17. S. 152. 1915; W. J. de Haas, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 18. S. 423. 1916.

(Eingegangen 11. Januar 1921.)

**3. Der Temperaturkoeffizient der elektrischen  
Doppelbrechung in Flüssigkeiten;  
von C. Bergholm.**

(2. Mitteilung.)

In der vorhergehenden Untersuchung<sup>1)</sup> fand ich, daß innerhalb eines beschränkten Temperaturbereiches der Temperaturkoeffizient der elektrischen Doppelbrechung in Schwefelkohlenstoff, Metaxylole und Brombenzol mit dem übereinstimmt, der nach Langevins Theorie<sup>2)</sup> berechnet wird. Für Metaxylole war jedoch das Verhältnis zwischen der Kerrkonstante bei 50° C und der Konstante bei 20° C etwa 2 Proz. kleiner als nach der genannten Theorie. Um gemeingültige Ergebnisse zu erhalten, ist es notwendig, mehrere Flüssigkeiten zu untersuchen und die Messungen über beträchtliche Temperaturbereiche auszudehnen.

In der vorliegenden Arbeit habe ich zehn verschiedene Flüssigkeiten untersucht: Toluol, Metaxylole, Chlorbenzol, Brombenzol, Schwefelkohlenstoff, Chloroform, Äthyläther, Äthylendibromid, Benzol und Kohlenstofftetrachlorid. Quantitative Ergebnisse werden nur für die sieben ersten dieser Flüssigkeiten mitgeteilt.

Die Übereinstimmung zwischen dem beobachteten und den nach Langevin oder Born<sup>3)</sup> berechneten Werten ist für alle Flüssigkeiten nur eine Approximative. Die Unterschiede von Langevins Formel sind doch für die verschiedenen Flüssigkeiten sehr gleichartig.

Die vorliegende Untersuchung war schon im Sommer 1920 zu Ende geführt. Einige der experimentell gefundenen Resultate sind vorher in R. Lundblads Abhandlung: „Untersuchungen über die Optik der dispergierenden Medien“<sup>4)</sup> erschienen.

1) C. Bergholm, Ann. d. Phys. 51. S. 414. 1916.

2) P. Langevin, Le Radium. 7. S. 249. 1910.

3) M. Born, Ann. d. Phys. 55. S. 177. 1918.

4) R. Lundblad, Diss. Upsala. 1920.



Im Laufe des Jahres sind zwei Untersuchungen über den gleichen Gegenstand publiziert worden.

G. Szivessy<sup>1)</sup> hat die Temperaturabhängigkeit der Dispersion des elektrooptischen Kerreffekts für Nitrobenzol zwischen 6° und 24° C untersucht. Er findet, daß der Temperaturkoeffizient mit dem übereinstimmt, der aus der molekularen Orientierungstheorie berechnet wird.

Lyon und Wolfram<sup>2)</sup> haben sehr interessante Messungen bei niedrigen Temperaturen für Toluol, Äthyläther und Schwefelkohlenstoff angestellt. Ihre Resultate ergänzen die in dieser Arbeit publizierten. Für Schwefelkohlenstoff und Toluol stimmen unsere Werte überein. Beim Äther ist der Unterschied zwischen den beobachteten Werten sehr groß.

#### Versuchsordnung.

Die optische Apparatur war dieselbe wie bei der vorhergehenden Untersuchung. Die elektrische Instrumentierung war jedoch eine ganz andere als vorher. Zum Aufladen des Meßkondensators wurde ein transformierter Wechselstrom von 500 Perioden verwendet, den eine Hochfrequenzmaschine lieferte. Ein Pol des Transformators wurde mit der inneren Belegung des Meßkondensators verbunden; der andere Pol und die äußere Belegung des Kondensators waren geerdet. Die Spannung zwischen den Belegungen des Meßkondensators wurde mittels statischer Voltmeter (Hartmann und Braun) gemessen. Um die Spannung während einer Messungsreihe konstant zu halten, war in der Primärleitung des Transformators ein Schieberwiderstand eingeschaltet. Große Veränderungen der Spannung wurden erhalten durch Variieren der Stromstärke im Feldmagnete des Hochfrequenzgenerators.

Die Konstruktion des Meßkondensators geht aus Fig. 1 hervor. Ein Messingkasten *A* (200 mm lang, 11 mm breit und 35 mm hoch) war in einem großen Messingkasten *B* (Kubikinhalt = 6 Liter) eingelötet. In den kurzen Seiten des Kastens *A* waren zwei kleine Löcher, über welchen kleine Glaszylinder aufge kittet waren. Die Enden dieser Zylinder wurden durch Deckgläser *T* verschlossen. Als Kitte wurde

1) G. Szivessy, Zeitschr. f. Phys. 2. S. 30. 1920.

2) N. Lyon und F. Wolfram, Ann. d. Phys. 68. S. 739. 1920.

Gelatine in Essigsäure verwendet. In dem Messingkasten *A* war eine Messingscheibe *S* eingeklemmt. Die Scheibe wurde durch drei in rechtem Winkel geschliffene Flintglasstückchen *G* und gerade gegenüber diesen durch drei Glaszylinder *C* vom Kasten isoliert. In die Scheibe *S* waren drei kleine kreisförmige Vertiefungen gebohrt, in welchen Stahlfedern eingelegt wurden. Die Glaszylinder, die in die Vertiefungen

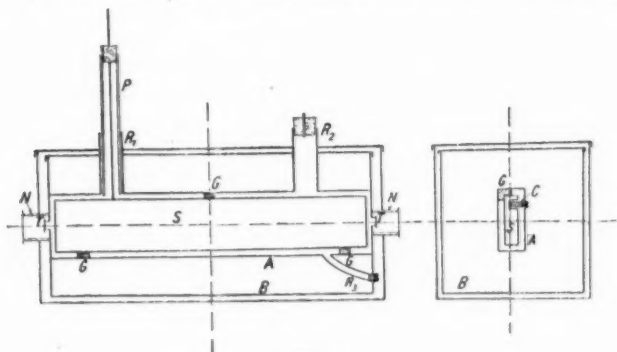


Fig. 1.

paßten, wurden mittels Schrauben, die durch die Langseite des Kastens *A* gingen, gegen die Federn gepreßt. Der Abstand zwischen den Seiten von *S* und *A* war mithin durch die Dicke der Glasstückchen *G* bestimmt.

Infolge der Temperaturvariation verändert sich der Plattenabstand und die Länge der Scheibe *S*. Diese Veränderungen wirken auf die Meßgenauigkeit nicht ein. Die Phasendifferenz  $\Delta$  ist nämlich dem Quadrat des Abstandes *a* der Kondensatorplatten indirekt und dem vom Strahl im Felde zurückgelegten Wege *l* direkt proportional. Man kann demgemäß schreiben:

$$\Delta = \text{konst.} \frac{l}{a^3} = \text{konst.} \frac{l_0(1 + \alpha t)}{a_0^3(1 + \beta t)^3} = \text{konst.} \frac{l_0}{a_0^3} [1 + (\alpha - 2\beta) t] \\ = \text{konst.} \frac{l_0}{a_0^3},$$

weil  $\alpha = 2\beta$  ist.

In der oberen Seite des Kastens *A* waren zwei Röhren *R*<sub>1</sub> und *R*<sub>2</sub> eingelötet. Durch *R*<sub>1</sub>, in welchem ein Porzellanrohr *P* (15 cm lang) eingelassen war, wurde der mit *S* verschraubte

Zuleitungsdraht für die Hochspannung eingeführt. Die Flüssigkeit, die untersucht werden soll, wird durch  $R_2$  eingegossen. Zum Ablassen der Flüssigkeit dient das Rohr  $R_3$ , das im Kasten  $B$  eingelötet ist. Das freie Ende des Rohres  $R_3$  wurde mittels einer Schraube mit Bleifassung gedichtet.

Der ganze Apparat befand sich in einem mit Asbestpappe und Filz bekleidetem Zinkkasten. Um den Wasserbeschlag auf der Außenseite der Deckgläser  $T$  zu verhindern, wurde Glaszylinder  $N$  über diese angesteckt. Die Glaszylinder, welche am Ende mit Platten verschlossen waren und in die man etwas  $P_2O_5$  gebracht hatte, wurden gegen Filzscheiben am Kasten  $A$  gedrückt.

Für die meisten untersuchten Flüssigkeiten ist die Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante nicht bekannt. Sie muß also bestimmt werden. Die Messungen wurden nach Nernsts Methode durchgeführt. Als Stromquelle wurde der genannte Hochfrequenzgenerator verwendet.

Die Konstruktion des Versuchskondensators ergibt sich aus Fig. 2. In einem Metallgefäß  $A$  (70 mm hoch, 25 mm im Durchmesser) befindet sich ein kleineres Gefäß  $B$  (20 mm hoch, 21 mm im Durchmesser). Die beiden Gefäße sind durch einen Flintglasstab  $C$  voneinander isoliert. Die äußere Belegung  $A$  des Versuchskondensators war immer geerdet und von einem Temperaturbad umgeben, in welchem eine Metalldrahtspirale eingelassen war, die zur elektrischen Heizung benutzt werden konnte. Weder der Heizstrom noch der Rührer wirkt auf die Kapazität des Versuchskondensators ein.

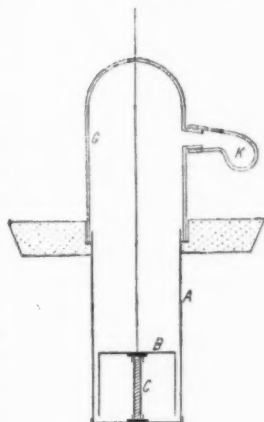


Fig. 2.

Behufs Beobachtung bei niedrigen Temperaturen wurde der Kondensator in eine Kältemischung gebracht. Um Wasserbeschlag auf den Metallteilen zu verhindern, wurde ein Glas-

rohr *G* über diese gesteckt. Am Glasrohr war ein mit  $P_2O_5$  gefülltes Glaskügelchen *K* eingeschliffen.

#### Messungen.

Die in den Tabellen eingehenden Bezeichnungen haben folgende Bedeutung:

$T$  = die absolute Temperatur =  $t^0 C + 273^0$ .

$\epsilon$  = die Dielektrizitätskonstante bei  $t^0$ .

$n$  = der Brechungsindex bei  $t^0$ .

$\delta$  = die Dichte bei  $t^0$ .

$B_t$  = die Kerrkonstante bei  $t^0$ .

$$R = \frac{B_t n \cdot T}{B_{t^0} (s + 2)^2 (n^2 + 2)^2 \cdot \delta}$$

Alle untersuchten Flüssigkeiten waren von Kahlbaum in Berlin bezogen. Der Gang einer Meßreihe war folgender: Die Nullstellung des Kompensators wird abgelesen. Dann wird die Spannung an den Meßkondensator gelegt und verändert, bis der Drehungswinkel des Kompensators bis zu  $8-10^0$  aufgeht, wenn die Temperatur der Flüssigkeit  $20^0 C$  ist. Für die verschiedenen Temperaturen wurde die Spannung konstant gehalten und die Phasendifferenz gemessen. Bevor eine Messung ausgeführt wurde, hielt ich die Temperatur während einer langen Zeit konstant.

#### Toluol.

Das Toluol wurde über geschmolzenem Natriumkarbonat destilliert. Der Siedepunkt war sehr konstant  $110,2^0 C$  bei 755 mm Hg. Das Leitungsvermögen des Toluols ist unerhört klein. Die Messungen können daher mit großer Präzision ausgeführt werden.

Der Temperaturkoeffizient der Dielektrizitätskonstante zwischen  $20-100^0 C$  berechnet sich nach Tangl<sup>1)</sup> aus der Formel

$$\epsilon = 2,430 (1 - 0,3,977 \cdot t + 0,0,463 t^2).$$

Für die Dielektrizitätskonstante bei niedrigen Temperaturen standen die Werte von Abegg<sup>2)</sup> zur Verfügung. Sein Wert  $\epsilon = 2,51$  bei  $-89^0 C$  ist sehr unwahrscheinlich. Die zweite

1) K. Tangl, Ann. d. Phys. 10. S. 748. 1903.

2) R. Abegg, Ann. d. Phys. 60. S. 56. 1897.

Spalte der Tab. 1 enthält die von mir bei 0° und -20° C gewonnenen Werte der Dielektrizitätskonstante. Daher wurde für 20° C nach Tangl  $\epsilon = 2,385$  angenommen.

Die Dichte des Toluols in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur berechnet sich nach Longuinine<sup>1)</sup> aus der Formel (zwischen 0° und 100° C)

$$0,884 = \delta (1 + 0,001022 t + 0,0,1779 \cdot t^2).$$

Bei -20° C ist nach Timmermann<sup>2)</sup>

$$\delta_{-20^\circ} = 0,903.$$

Nach Perkin<sup>3)</sup> nimmt der Ausdruck  $\frac{n-1}{\delta}$  mit 0,003 ab bei einer Temperaturänderung von 100° C. Der Brechungsindex bei 20° C ist  $n = 1,491$ . Die so berechneten Werte sind in Tab. 1 eingeführt.

Tabelle 1.

(Toluol.)

| $t^\circ \text{ C}$ | $\epsilon$ | $n$   | $\delta$ | $\frac{B_{t^\circ}}{B_{20^\circ}}$ | $R$   | $\frac{E_{t^\circ} \cdot T}{B_{20^\circ}(\epsilon + 2)^2}$ |
|---------------------|------------|-------|----------|------------------------------------|-------|--|
| -20                 | 2,49       | 1,515 | 0,903    | 1,22                               | 1,397 | 15,35  |
| 0                   | 2,436      | 1,503 | 0,884    | 1,108                              | 1,438 | 15,37  |
| 20                  | 2,385      | 1,491 | 0,866    | 1,000                              | 1,471 | 15,24  |
| 41,5                | 2,330      | 1,478 | 0,845    | 0,908                              | 1,522 | 15,31  |
| 60,5                | 2,285      | 1,467 | 0,828    | 0,840                              | 1,568 | 15,23  |
| 100                 | 2,200      | 1,445 | 0,791    | 0,724                              | 1,674 | 15,28  |

Die Beobachtungen ergeben, daß der Ausdruck  $R$  mit steigender Temperatur zunimmt. Der Unterschied zwischen den Werten für 100° C und -20° C beträgt mehr als 22 Proz. Nach Langevins Theorie ist die Größe  $R$  von der Temperatur unabhängig; nach Born muß  $R$  mit fallender Temperatur ansteigen.

Der Ausdruck in der siebenten Spalte ist beinahe konstant.

1) W. Longuinine, Ann. chim. Phys. 11. S. 453. 1867.

2) J. Timmermann, Proc. R. Dub. Soc. 13. S. 326. 1912.

3) W. H. Perkin, Journ. chem. Soc. 61. S. 286. 1892; 69. S. 1026.

**Metaxylol.**

Der Siedepunkt war 139,4° C bei 762 mm Hg.

Für Temperaturen über 20° C berechnet sich die Dielektrizitätskonstante nach Tangl aus der Formel

$$\epsilon = 2,418 (1 - 0,0_3796 \cdot t - 0,0_61074 \cdot t^2).$$

Die zweite Spalte der Tab. 2 enthält die von mir bei 0° und - 20° C gewonnenen Werte der Dielektrizitätskonstante.

Die Dichte des Metaxylols in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur ist von Wiebe<sup>1)</sup> zwischen 0° und 100° bestimmt worden; hiernach ist

$$0,882 = \delta (1 + 0,0_3964 \cdot t + 0,0_51025 \cdot t^2 + 0,0_63275 \cdot t^3).$$

Der Brechungsindex bei 20° C ist 1,499. Für die anderen Temperaturen wurde er wie für Toluol berechnet.

Tabelle 2.  
(Metaxylol.)

| $t^\circ \text{ C}$ | $\epsilon$ | $n$   | $\delta$ | $\frac{B_p}{B_{w^0}}$ | $R$   | $\frac{B_p \cdot T}{B_{w^0}(s+2)^3}$ |
|---------------------|------------|-------|----------|-----------------------|-------|--------------------------------------|
| -20                 | 2,47       | 1,519 | 0,897    | 1,21                  | 1,40  | 15,3                                 |
| 0                   | 2,420      | 1,509 | 0,882    | 1,103                 | 1,431 | 15,4                                 |
| 20                  | 2,379      | 1,499 | 0,866    | 1,000                 | 1,467 | 15,3                                 |
| 100                 | 2,219      | 1,456 | 0,795    | 0,723                 | 1,638 | 15,2                                 |

Alles, was von Toluol gesagt ist, gilt auch für Metaxylol.

**Schwefelkohlenstoff.**

Die Dielektrizitätskonstante wurde für die in der Tab. 3 angegebenen Temperaturen bestimmt, daher wurde angenommen, daß die Dielektrizitätskonstante bei 20° nach Tangl den Wert  $\epsilon = 2,626$  hat.

Die Werte  $n$  des Brechungsindex wurden für die bei den Messungen verwendete Wellenlänge  $\lambda = 553 \mu\mu$  aus den Werten interpoliert, die in den physikalisch-chemischen Tabellen von Landolt und Börnstein angegeben sind.

1) H. F. Wiebe, Diss. Tübingen 1894. (Vgl. Timmermann, a. a. O.)

Die Dichte  $\delta$  berechnet sich nach Pierre<sup>1)</sup> aus der Formel

$$1,292 = \delta (1 + 0,001140 t + 0,0_5 137 t^2 + 0,0_7 1912 t^3).$$

Tabelle 3.

(Schwefelkohlenstoff.)

| $t^{\circ} \text{C}$ | $\epsilon$ | $n$   | $\delta$ | $\frac{B_{\epsilon}}{B_{\epsilon^0}}$ | $R$   | $\frac{B_{\epsilon} \cdot T}{B_{\epsilon^0}(\epsilon + 2)^3}$ |
|----------------------|------------|-------|----------|---------------------------------------|-------|---|
| -20                  | 2,74       | 1,668 | 1,322    | 1,25                                  | 0,779 | 14,1  |
| 0                    | 2,676      | 1,651 | 1,292    | 1,115                                 | 0,790 | 13,9  |
| 20                   | 2,626      | 1,635 | 1,263    | 1,000                                 | 0,802 | 13,7  |
| 41,5                 | 2,573      | 1,616 | 1,230    | 0,904                                 | 0,835 | 13,6  |

Obgleich die Messungen sich nur über ein Temperaturbereich von  $61,5^{\circ}$  erstrecken, ist der Gang in den Werten  $R$  ganz deutlich.

Der Ausdruck  $\frac{B_{\epsilon} \cdot T}{B_{\epsilon^0}(\epsilon + 2)^3}$  nimmt mit steigender Temperatur ein wenig ab.

#### Chlor- und Brombenzol.

Das Chlor- und Brombenzol wurden auf folgende Weise gereinigt. Die Flüssigkeiten wurden mit Wasser durchgeschüttelt, vom Wasser getrennt, mit Chlorealcium getrocknet und destilliert. Der Siedepunkt des Chlorbenzols liegt bei  $131,2^{\circ} \text{C}$  und der des Brombenzols bei  $156^{\circ} \text{C}$ .

Die zweite Spalte der Tabellen 4 und 5 enthält die experimentell gewonnenen Werte der Dielektrizitätskonstanten.

Die Dichten der Flüssigkeiten sind zwischen  $0^{\circ}$  und  $100^{\circ} \text{C}$  von Young<sup>2)</sup> bestimmt worden. Bei  $-20^{\circ} \text{C}$  fand Timmermann (a. a. O.) für Chlorbenzol  $\delta = 1,149$  und für Brombenzol  $\delta = 1,548$ .

Für die hier in Frage kommenden Temperaturen wurde die Brechungsexponente nach Perkin (a. a. O.) berechnet.

1) Pierre, Ann. d. Phys. **76**, S. 458. 1849.

2) S. Young, Dublin Proc. **12**, S. 374. 1910.

Tabelle 4.

(Chlorbenzol.)

| $t^{\circ} \text{C}$ | $\epsilon$ | $n$   | $\delta$ | $\frac{R_{10^{\circ}}}{R_{20^{\circ}}}$ | $R$   | $\frac{B_{10^{\circ}} \cdot T}{B_{20^{\circ}}(s+2)^2}$ |
|----------------------|------------|-------|----------|---|-------|--|
| -20                  | 6,93       | 1,546 | 1,149    | 1,43                                    | 0,317 | 4,56   |
| 0                    | 6,42       | 1,535 | 1,128    | 1,192                                   | 0,328 | 4,59   |
| 20                   | 5,94       | 1,524 | 1,106    | 1,000                                   | 0,341 | 4,62   |
| 100                  | 4,70       | 1,472 | 1,019    | 0,552                                   | 0,382 | 4,58   |

Tabelle 5.

(Brombenzol.)

| $t^{\circ} \text{C}$ | $\epsilon$ | $n$   | $\delta$ | $\frac{R_{10^{\circ}}}{R_{20^{\circ}}}$ | $R$   | $\frac{B_{10^{\circ}} \cdot T}{B_{20^{\circ}}(s+2)^2}$ |
|----------------------|------------|-------|----------|---|-------|--|
| -20                  | 6,40       | 1,582 | 1,548    | 1,44                                    | 0,258 | 5,15   |
| 0                    | 5,90       | 1,571 | 1,522    | 1,178                                   | 0,268 | 5,16   |
| 20                   | 5,53       | 1,560 | 1,495    | 1,000                                   | 0,274 | 5,17   |
| 100                  | 4,56       | 1,516 | 1,386    | 0,593                                   | 0,304 | 5,14   |

Die Größe  $R$  wächst mit steigender Temperatur für beide Flüssigkeiten. Der Gang beträgt im untersuchten Intervall etwa 16 Proz.

### Chloroform.

Der Chloroform wurde auf dieselbe Weise wie Chlorbenzol gereinigt. Der Siedepunkt war  $61,1^{\circ} \text{C}$ . Das Leitungsvermögen war jedoch bedeutend größer als für die vorher untersuchten Flüssigkeiten. Die in der Tabelle angegebenen Werte sind durch mehr als 800 verschiedene Observationen erhalten.

Für Temperaturen über  $20^{\circ} \text{C}$  berechnet sich die Dielektrizitätskonstante nach Tangl aus der Formel

$$\epsilon = 5,265 (1 - 0,00410 \cdot t + 0,04151 \cdot t^2 - 0,0333 t^3).$$

Die zweite Spalte der Tab. 6 enthält die experimentell gewonnenen Werte der Dielektrizitätskonstante bei  $0^{\circ}$  und  $-20^{\circ} \text{C}$ .

Die Dichte des Chloroforms ist von Pierre und Timmermann (a. a. O.) bestimmt worden.



Tabelle 6.  
(Chloroform.)

| $t^{\circ}\text{C}$ | $\epsilon$ | $n$   | $\delta$ | $\frac{B_D}{B_{D,0}}$ | $R$   |
|---------------------|------------|-------|----------|-----------------------|-------|
| -20                 | 5,71       | 1,468 | 1,564    | 1,60                  | 0,37  |
| 0                   | 5,270      | 1,457 | 1,527    | 1,261                 | 0,366 |
| 12                  | 5,018      | 1,450 | 1,505    | 1,090                 | 0,361 |
| 20                  | 4,863      | 1,446 | 1,490    | 1,000                 | 0,360 |
| 32,5                | 4,641      | 1,467 | 1,467    | 0,862                 | 0,353 |
| 55,0                | 4,293      | 1,425 | 1,425    | 0,675                 | 0,344 |

Aus der Tabelle geht hervor, daß  $R$  mit steigender Temperatur abnimmt. Der Gang der beobachteten Werte ist also entgegengesetzt dem der vorher untersuchten Flüssigkeiten.

Die Kerrkonstante für Chloroform ist negativ. Es ist daher von Interesse, zu untersuchen, ob auch bei Äthyläther  $R$  in demselben Sinne wie bei Chloroform variiert.

#### Äthyläther.

Die Flüssigkeit wurde nach einer Angabe von Gattermann<sup>1)</sup> gereinigt. Das Leitungsvermögen war sehr klein.

Eine genaue Messung des Temperaturkoeffizienten der Dielektrizitätskonstante scheint sehr schwierig zu sein. Die Werte verschiedener Forscher variieren ungeheuer. Die von mir gefundenen Werte sind in Tab. 7 eingeführt. Die Dichte des Äthers ist zwischen  $0^{\circ}$  und  $35^{\circ}$  von Young (a. a. O.) bestimmt worden. Bei  $-20^{\circ}\text{C}$  fand Timmermann (a. a. O.) den Wert  $\delta = 0,758$ .

Tabelle 7.  
(Äthyläther.)

| $t^{\circ}\text{C}$ | $\epsilon$ | $n$   | $\delta$ | $\frac{B_D}{B_{D,0}}$ | $R$   |
|---------------------|------------|-------|----------|-----------------------|-------|
| -19,0               | 5,44       | 1,378 | 0,758    | 1,68                  | 0,926 |
| 0                   | 4,85       | 1,367 | 0,736    | 1,270                 | 0,917 |
| 20                  | 4,41       | 1,356 | 0,714    | 1,000                 | 0,916 |
| 31,0                | 4,20       | 1,350 | 0,701    | 0,868                 | 0,902 |

Die Größe  $R$  variiert in demselben Sinne wie bei Chloroform. Der Gang ist sehr wenig ausgeprägt.

1) L. Gattermann, Die Praxis des org. Chemikers. 8. Aufl. S. 311.

## Der Temperaturkoeffizient der elektrooptischen Dispersion.

Die Abhängigkeit des Kerreffekts von der Temperatur und der Wellenlänge habe ich nur für Schwefelkohlenstoff und Toluol bestimmt. Die Ergebnisse der Messungen gehen aus den Tabellen 8 und 9 hervor.

Tabelle 8.  
(Schwefelkohlenstoff.)

| $\lambda$ in $\mu\mu$ | $t^\circ \text{ C}$ | $n_{t,\lambda}$ | $B_t$ | $\frac{B_t}{B_{20^\circ}}$ | $\frac{B_t \cdot n \lambda}{(n^2 - 1)^2}$ |
|-----------------------|---------------------|-----------------|-------|----------------------------|---|
| 480                   | 0                   | 1,671           | 345,2 | 1,115                      | $852 \cdot 10^2$                          |
|                       | 20                  | 1,655           | 309,6 | 1,000                      | 807                                       |
|                       | 41,5                | 1,636           | 279,3 | 0,902                      | 783                                       |
| 553                   | 0                   | 1,651           | 277,9 | 1,117                      | 848                                       |
|                       | 20                  | 1,635           | 248,7 | 1,000                      | 804                                       |
|                       | 41,5                | 1,616           | 225,1 | 0,905                      | 770                                       |
| 618                   | 0                   | 1,639           | 235,8 | 1,116                      | 840                                       |
|                       | 20                  | 1,624           | 211,3 | 1,000                      | 790                                       |
|                       | 41,5                | 1,604           | 191,4 | 0,906                      | 772                                       |

Tabelle 9.  
(Toluol.)

| $\lambda$ in $\mu\mu$ | $t^\circ \text{ C}$ | $n_{t,\lambda}$ | $B_t$ | $\frac{B_t}{B_{20^\circ}}$ | $\frac{B_t \cdot n \lambda}{(n^2 - 1)^2}$ |
|-----------------------|---------------------|-----------------|-------|----------------------------|---|
| 480                   | 0                   | 1,521           | 217,1 | 1,109                      | $920 \cdot 10^2$                          |
|                       | 20                  | 1,509           | 195,8 | 1,000                      | 872                                       |
|                       | 100                 | 1,462           | 142,0 | 0,725                      | 768                                       |
| 553                   | 0                   | 1,512           | 180,0 | 1,108                      | 915                                       |
|                       | 20                  | 1,501           | 162,1 | 1,000                      | 859                                       |
|                       | 100                 | 1,454           | 117,4 | 0,724                      | 760                                       |
| 618                   | 0                   | 1,506           | 155,7 | 1,106                      | 895                                       |
|                       | 20                  | 1,495           | 140,8 | 1,000                      | 848                                       |
|                       | 100                 | 1,449           | 102,5 | 0,727                      | 758                                       |

Das Verhältnis  $B_t/B_{20^\circ}$  ist beinahe dasselbe für verschiedene Wellenlängen. Messungen, die mit Licht von verschiedener Wellenlänge ausgeführt sind, können also miteinander verglichen werden. Ob dieser Schluß auch betreffend eine Flüssigkeit mit negativer Kerrkonstante gilt, kann ich nicht sagen.

Die Havelockesche Formel

$$h = \frac{B_t \cdot n \cdot \lambda}{(n^2 - 1)^2}$$

gilt mit derselben Approximation bei verschiedenen Temperaturen.

**Vergleich der Versuchsergebnisse mit den theoretischen Beziehungen.**

Für die Flüssigkeiten mit positiven Kerrkonstanten nimmt die Größe

$$R = \frac{B_K n \cdot T}{B_{\infty} (\epsilon + 2)^2 (n^2 + 2)^2 \cdot \delta}$$

mit steigender Temperatur zu. Die Kurve in Fig. 3 kann als Vertreter der genannten Flüssigkeiten gelten.

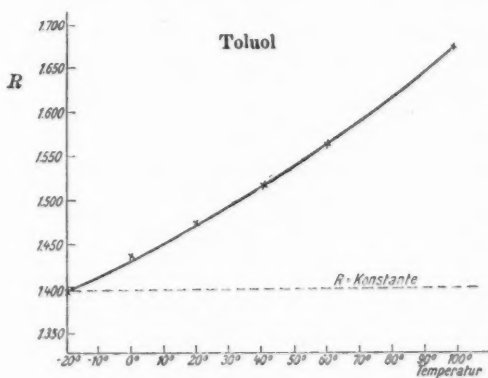


Fig. 3.

Die Abhängigkeit der Größe  $R$  bei Flüssigkeiten mit negativen Kerrkonstanten geht aus der Kurve in Fig. 4 hervor. Da die Kerrkonstante negativ ist, muß auch  $R$  negativ sein. Bei allen Flüssigkeiten nimmt also  $R$  mit steigender Temperatur zu.

Daß die Doppelbrechung durch Gleichrichtung anisotroper Moleküle durch das elektrische Feld bewirkt wird, kann man nicht bezweifeln. Die Wärmebewegung muß der Orientierung

der Moleküle entgegenwirken, daher wird der Temperaturkoeffizient der elektrischen Doppelbrechung sehr groß und negativ für alle Flüssigkeiten.

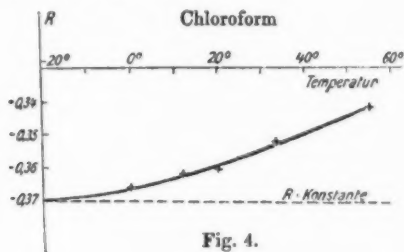


Fig. 4.

Unter der Voraussetzung, daß die Anisotropie der Moleküle von der Temperatur unabhängig ist, muß nach Langevin (a. a. O.) die Größe  $R$  eine Konstante sein. Diese theoretische Beziehung stimmt mit den Versuchsergebnissen nicht überein.

Nach Born (a. a. O.), der die Vorstellung von Dipolen zur Erklärung der elektrischen Doppelbrechung heranzieht, muß  $R$  mit fallender Temperatur ansteigen. Bei Chloroform und Äthyläther ist dies der Fall. Borns Theorie ist sehr kompliziert. Ob die eingehenden Konstanten immer die gleichen Zeichen besitzen müssen, geht nicht hervor. Im allgemeinen ist  $R T$  eine lineare Funktion der Temperatur  $T$

$$R T = a T + b,$$

wo  $a$  und  $b$  zwei Konstanten sind. Wird  $R T$  als Ordinate und  $T$  als Abszisse in ein Koordinatensystem eingetragen, erhält man für alle untersuchten Flüssigkeiten eine gekrümmte Kurve.

Die Theorie der Dipolen scheint den Beobachtungen ganz machtlos gegenüberzustehen. Mit dieser Theorie kann man nicht die Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante erklären.<sup>1)</sup>

Ratnowsky<sup>2)</sup> fand in Übereinstimmung mit der Theorie der Dipolen, daß die Dielektrizitätskonstante von der elektrischen Feldstärke abhängt. Durch von mir unternommene Beobachtungen habe ich sein Ergebnis nicht bestätigen können.

1) S. Boguslawski, Physik. Zeitschr. 15. S. 283. 1914.

2) S. Ratnowsky, Verh. d. Deutschen Phys. Ges. 15. S. 497. 1913.

Eine sehr interessante Theorie der Optik der dispergierenden Medien ist von Lundblad (a. a. O.) ausgearbeitet. Betreffend die elektrische Doppelbrechung sagt er: „Es ist wahrscheinlich, daß eine Lücke in der ehemaligen Theorie vorhanden ist. Sowohl die Molekularanisotropie von Langevin wie diejenige von Born kann natürlicherweise nicht nur möglich, sondern auch zutreffend sein; es muß aber noch einen dritten Grund der Doppelbrechung geben. Wir wollen diesen in den asphärischen Eigenschaften der Wirkungsfläche sehen.“

Wenn Lundblad annimmt, daß die „Wirkungsfläche“ ein Rotationsellipsoid ist, und daß sich drinnen ein einziges quasielastisch gebundenes Elektron befindet, erhält er einen Ausdruck, der geschrieben werden kann

$$R = \frac{B_e n \cdot T}{B_{\infty}^0 (e + 2)^2 (n^2 + 2)^2 \cdot \delta} + W.$$

Die Größe  $W$  ist immer positiv und verändert sich mit der Exzentrizität der „Wirkungsfläche“. Bei Temperaturerhöhungen vermehrt sich die Exzentrizität, und die Größe  $W$  wächst. Es ist unmittelbar einleuchtend, daß man auf diese Weise die Abweichungen von Langevins Formel qualitativ richtig erklären kann (vgl. Figg. 3 u. 4).

Es wäre doch wünschenswert, daß die Theorie quantitativ ausgearbeitet würde. Mir scheint es schwer einzusehen, daß die Deformation der „Wirkungsfläche“ verschiedener Flüssigkeiten so gleichartig sein könnte, daß der Ausdruck  $\frac{B_e \cdot T}{(e + 2)^2}$  bei allen untersuchten Flüssigkeiten mit positiver Kerrkonstante beinahe konstant sei. Chlorbenzol z. B. muß eine ganz andere „Wirkungsfläche“ haben als Äthylenbromid und Schwefelkohlenstoff. Oder es könnte auch so sein, daß diese einfache Beziehung ein Fingerzeig sei, daß man durch einfache Annahmen über die von den Molekülen ausgehenden Kräfte zu einer Theorie der „Wirkungsfläche“ gelangen könnte, welche für alle Flüssigkeiten den gleichen Einfluß ergäbe.

In diesem Zusammenhang will ich erwähnen, daß die Kerrkonstante für geschmolzenen Schwefel bei 120° C dieselbe ist wie für Schwefelkohlenstoff bei 20° C. Die beiden Substanzen zeigen auch dieselbe Dispersion der elektrischen Doppelbrechung. Dichroismus in geschmolzenem Schwefel konnte ich nicht entdecken. In bezug auf elektrischen Dichroismus teilt

Meslin<sup>1)</sup> mit, daß er sie in einer Lösung von Helianthin in Schwefelkohlenstoff gefunden hat. Durch von mir unternommene Beobachtungen habe ich sein Ergebnis nicht bestätigen können.

#### Zusammenfassung.

1. Der Temperaturkoeffizient der elektrischen Doppelbrechung ist für zehn verschiedene Flüssigkeiten bestimmt worden.

2. Die Übereinstimmung zwischen den beobachteten und den nach den Theorien berechneten Werten ist nur eine qualitative.

3. Das Verhältnis  $B_{10}/B_{20}$  zwischen der Kerrkonstante bei  $t^{\circ}\text{C}$  und  $20^{\circ}\text{C}$  ist für Schwefelkohlenstoff und Toluol beinahe von der Wellenlänge des angewandten Lichtes unabhängig.

4. Bei Flüssigkeiten mit positiver Kerrkonstante  $B_{10}$  ist der Ausdruck  $\frac{B_{10} \cdot T}{(e + 2)^2}$  beinahe konstant.

Upsala, Januar 1921.

---

1) G. Meslin, C. R. 186. S. 930. 1903.

(Eingegangen 21. Januar 1921.)

#### 4. Beiträge zur quantitativen Kenntnis des Cäsiumspektrums; von Hans Bartels.

Füchtbauer und Hoffmann<sup>1)</sup> haben an den Cäsium-dubletts bei 0,45 und 0,39  $\mu$  in Absorption quantitative Untersuchungen vorgenommen. Diese Untersuchungen sollen hier auf das nächsthöhere Dublett bei 0,36  $\mu$  ausgedehnt und gleichzeitig ein Vergleich dieses Dubletts mit den beiden anderen durchgeführt werden. Zum Vergleich werden dabei die Größen

$$A = \frac{4\pi\nu_0}{c} \dot{I}_0 dx \int_0^\infty n x dv \quad \text{und} \quad P = \frac{4\pi}{c h N} \int_0^\infty n x dv$$

herangezogen.

$A$  ist die bei einfallender Intensität  $\dot{I}_0$  in einer Schicht  $dx$  pro ccm in der Zeiteinheit absorbierte Energie, also eine von jeder Theorie unabhängige Größe. Die Größe  $P$  dagegen ist von Füchtbauer<sup>2)</sup> auf Grund quantentheoretischer Vorstellungen berechnet als die Anzahl der Elektronensprünge von der Ausgangsbahn auf die der betrachteten Linie zugeordnete Bahn, die in einem bestimmten Atom bei auffallender Strahlungsintensität  $\dot{I}_0 = 1$  in der Zeiteinheit im Durchschnitte stattfinden.

Die Bedeutung der im Anschluß an Voigt<sup>3)</sup> benutzten Bezeichnungen soll hier kurz erläutert werden. Ist  $J_0$  die Intensität des unabsorbierten einfallenden Lichtes von der Wellenlänge  $\lambda$ ,  $J$  die Intensität des durch Absorption geschwächten Lichtes gleicher Wellenlänge, so ist  $n x$  durch die Gleichung:

$$J = J_0 e^{-4\pi \frac{l}{\lambda} \cdot n x}$$

definiert, wobei  $l$  die Länge der durchlaufenen Schichtdicke ist. Ist  $J_m$  die Intensität an der Stelle maximaler Absorption

1) Füchtbauer u. Hoffmann, Ann. d. Phys. **43**, S. 96–134. 1914.

2) Füchtbauer, Phys. Zeitschr. **21**, S. 322–324. 1920.

3) W. Voigt, Magneto- und Elektrooptik. B. G. Teubner, Leipzig und Berlin, 1908.

und  $n_{\lambda_m}$  der entsprechende Absorptionsindex, so ist

$$n_{\lambda_m} = \frac{\lambda}{4\pi l} \ln \frac{J_0}{J_m}.$$

Die Halbwertsbreite  $\nu$  ist die Breite der Linie in Differenz der Frequenzen an der Stelle, an der  $n_{\lambda}$  auf die Hälfte gesunken ist.

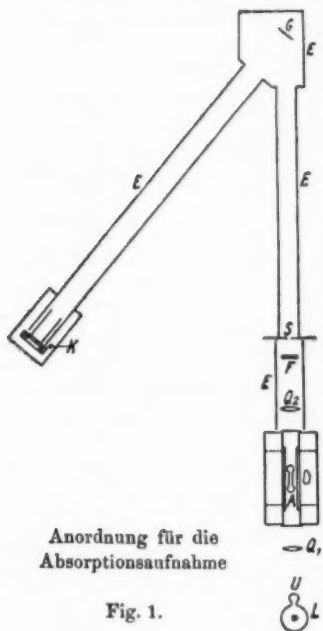
### Versuchsanordnung und Methode.

Wie in der früheren Arbeit, so wurde auch hier die für die photometrische Messung nötige Breite der Absorptionslinie dadurch erreicht, daß dem absorbierenden Cs-Dampf Stickstoff

von entsprechendem Druck beigegeben wurde. Für diese Arbeit konnten zwei Absorptionsröhren benutzt werden, die schon vor dem Kriege von Füchtbauer und Hoffmann nach dem von ihnen beschriebenen Verfahren hergestellt waren. Der Stickstoffdruck in ihnen betrug bei der benutzten Temperatur etwa 4 Atm.

Die Anordnung für die Absorptionsaufnahme war folgende (vgl. Fig. 1):

Die Linse  $Q_1$  entwarf in doppelter Brennweite ein Bild der Lichtquelle  $L$  — der Spirale einer Wolframlampe — in der Mitte des Absorptionsröhres  $A$ , die Linse  $Q_2$  vermittelte in gleicher Weise die weitere Abbildung dieses Bildes auf den Gitterspalt  $S$ . Achse der Spirale und Spalt waren einander



Anordnung für die  
Absorptionsaufnahme

Fig. 1.

parallel. Die Möglichkeit, die Spiraldrahtlampe in dieser Weise zu benutzen, war nur durch die Verwendung eines Konkavgitters gegeben, weil durch den Astigmatismus die starke Ungleichmäßigkeit in der Beleuchtung des Spaltes ausgeglichen wurde.  $Q_1$  und  $Q_2$  waren Quarzlinen. Zur Erhitzung der Absorptionsröhre  $A$  diente der elektrische Ofen  $O$ .



Als Lichtquelle dienten Wolframspiraldrahtlampen von der Firma Siemens & Halske. Sie hatten Gasfüllung und waren mit einem Uviolglasansatz *U* versehen, um das Licht von  $0,86\mu$  besser durchzulassen. Da aus verschiedenen Gründen der Belichtungszeit Grenzen gesetzt waren, andererseits aber die optische Anordnung sehr lichtschwach war, mußten an die Lampen sehr hohe Anforderungen gestellt werden. Es wurden verschiedene Typen ausprobiert. Am geeignetsten in bezug auf Lebensdauer und Lichtstärke erwies sich eine Lampe mit 17 mm langer und 2 mm breiter Spirale aus sehr starkem Draht, die normal bei 12 Volt Klemmenspannung und 15 Amp. brannte. Sie gestattete bei einer Überbelastung auf 18 Amp. Belichtungszeiten von einer Stunde bis herab zu 30 Minuten. Gespeist wurde diese Lampe durch den städtischen Strom. Stromschwankungen infolge Inkonstanz der städtischen Spannung und starker Überbelastung brachten die Notwendigkeit mit sich, nach längerem Einbrennen der Lampe vor der Aufnahme den Strom während derselben mit einem Amperemeter ständig zu überwachen und nachzuregulieren. Dies Verfahren hatte keine Bedenken, da exakte Konstanz dieser Lampe für die Messung nicht erforderlich war.

Zur Zerlegung des Lichtes wurde ein Konkavgitter benutzt, trotz der Komplikationen, die die Geister in die Messung hereintrugen. Das Konkavgitter *G* hatte eine Gitterfläche von 5 zu 8 cm und einen Krümmungsradius von 905 cm. Eine Prüfung ergab, daß das Gitter sehr guter Qualität und in dritter Ordnung sehr lichtstark war. Passend aufgestellte Blenden schützten den Spalt *S* vor fremdem Licht. Das System Spalt-Gitter-Kamera umschloß ein innen berußter Pappeinbau *E*, der die Einwirkung fremden Lichtes unmöglich machte. Der ganze Aufbau von der Lichtquelle *L* bis zur Kamera *K* stand auf Steinsockeln.

Im Ofen waren zu beiden Seiten der Röhre Blenden angebracht, die das Auftreffen von Licht auf die Ofenwänden verhinderten und dafür sorgten, daß alles aus dem Ofen austretende Licht seinen Weg durch das ganze Absorptionsrohr nehmen mußte. Infolge der Ablendung war das Bild der Lampenspirale am Ort des Spaltes nur 1,3 cm lang. Damit das Spektrum sich auf der Platte nicht bis auf den für die Intensitätsmarken freigehaltenen Teil ausdehnen konnte, war

der Gitterspalt in der Längsrichtung bis auf 1 cm abgeblendet.

Die Justierung der Kamerastellung wurde bei einer Spaltbreite von 0,02 mm mit den Neonlinien 3593,5 und 3593,6 vorgenommen. Später wurden alle Aufnahmen mit der Spaltbreite 0,04 mm gemacht. Denn die Vergrößerung am Hartmannschen Mikrophotometer mußte so gewählt werden, daß der Photometerwürfel am Plattenort ein Rechteck von 0,4 zu 0,04 mm ausblendete. Eine weitere Verengerung des Photometerspaltess ließ das Plattenkorn nicht zu. Andererseits blieben die Abweichungen der gemessenen von der wahren Intensitätsverteilung bei einer Spaltweite von 0,04 mm selbst im ungünstigsten Falle weit unter der Fehlergrenze; dies wurde durch Ausrechnen des Korrektionsgliedes in der Voigtschen Formel<sup>1)</sup>

$$I = W - \frac{1}{6} \delta^2 \cdot \frac{d^2 W}{dx^2}$$

festgestellt.  $W$  ist die an der Stelle  $x$  gemessene,  $J$  die wahre Intensität an der gleichen Stelle des Spektrums,  $2\delta$  die Breite des Spaltbildes am Plattenort. Für  $2\delta$  wurde an scharfen Neonlinien 0,05 mm gemessen.

Für die Aufnahmen wurden die Linien 3612 und 3617 in dritter Ordnung benutzt. Sie lagen in der Gitternormalen. Hier hatte das Gitter eine Dispersion von 1,84 Å.-E./mm. Die dritte Ordnung von  $\lambda = 0,36 \mu$  wird in der zweiten Ordnung von  $\lambda = 0,54 \mu$ , in der vierten von  $\lambda = 0,27 \mu$  überlagert. Die für die Aufnahme verwandten Hauff-Extrarapidplatten waren für Grün merklich empfindlich. Es wurde daher alles grüne Licht durch ein Blauviofilter  $F$  zwischen  $Q_2$  und  $S$  absorbiert. Das Ultraviolett aus der vierten Ordnung wurde schon durch das in der Anordnung vorhandene Glas vernichtet. Dagegen zeigte sich verhältnismäßig intensives diffuses Licht, das sich der ganzen dem Licht ausgesetzten Platte, also auch der aufzunehmenden Erscheinung, überlagerte. Es konnten Fehler in der Intensitätsmessung nur dadurch ausgeglichen werden, daß auch die Intensitätsmarken auf Plattenteile gedruckt wurden, die dem diffusen Licht während der Absorptionsaufnahme ausgesetzt waren. Dies Verfahren hat zur Voraussetzung, daß das diffuse Licht sich der ganzen Platte gleichmäßig überlagert. Nur für den nicht durch das Spektrum be-

1) W. Voigt, Phys. Zeitschr. 14. S. 378. 1913.

lichteten Teil war dies direkt durch Messung nachzuweisen. Da aber auf allen Platten beim Durchmessen des Spektrums an verschiedenen Plattenstellen trotz aller Abweichungen vom Mittelwert nie Schwankungen gefunden wurden, die einen systematischen Zusammenhang mit der Lage der Meßstellen im Spektrum verrieten, so darf wohl auch angenommen werden, daß das Spektrum selbst gleichmäßig vom diffusen Licht überlagert wird. Dieses diffuse Licht konnte durch Einbauen eines Vorzerlegungsapparates vollständig beseitigt werden; trotzdem wurde darauf verzichtet, weil sich zeigte, daß eine Vorzerlegung bei Verwendung der Spiraldrahtlampe die Intensitätsverteilung im Spektrum störend beeinflusste.

Der elektrische Ofen, der das Absorptionsrohr auf konstante Temperatur hielt, war im Prinzip ebenso gebaut wie der von Füchtbauer und Hoffmann benutzte, war aber in den Maßen größer. Die Absorptionsröhre ruhte in einem 48 cm langen, 5 mm dicken Kupferzylinder, der für möglichst guten Wärmeausgleich sorgen sollte. Diesem Kupferzylinder schlossen sich an beiden Enden zwei von dem mittleren Ofenteil unabhängige Wicklungen auf 12 cm langen Messingrohren an, die ihrerseits mit Glasfenstern verschlossen waren. Diese beiden Sonderwicklungen erlaubten, die Temperatur im Ofen so zu regulieren, daß die Enden des Absorptionsrohres stets um ein Geringes wärmer waren als die Mitte. Auf diese Weise wurde die Bildung eines Cäsiumbeschlages an den Röhrenden verhindert. Der Ofen wurde aus der städtischen Leitung gespeist; deren Spannungsschwankungen machten es notwendig, die Temperatur bei einmal hergestelltem Gleichgewicht zu überwachen und den Strom diesen Schwankungen entsprechend nachzuregulieren. Durch ständiges Nachregulieren gelang es trotz der inkonstanten Stromquelle, die Schwankungen der Röhrentemperatur in kleinen Grenzen zu halten. Um Fehlerinflüsse durch eine nicht ganz exakte Temperaturdefinition, wie sie die Notwendigkeit, die Röhrenden stärker zu erwärmen, und durch die zeitlichen Schwankungen hervorgerufen wurde, auf ein Minimum zu beschränken, wurde die Temperatur an mehreren Punkten der Röhren während der Aufnahme messend verfolgt und aus diesen Messungen ein Mittel berechnet. Dieses Temperaturmittel wurde dem auf der Aufnahme gemessenen  $n_{\infty}$  zugeordnet. Im allgemeinen differierten die an

der Gitterspalt in der Längsrichtung bis auf 1 cm abgeblendet.

Die Justierung der Kamerastellung wurde bei einer Spaltbreite von 0,02 mm mit den Neonlinien 3593,5 und 3593,6 vorgenommen. Später wurden alle Aufnahmen mit der Spaltbreite 0,04 mm gemacht. Denn die Vergrößerung am Hartmannschen Mikrophotometer mußte so gewählt werden, daß der Photometerwürfel am Plattenort ein Rechteck von 0,4 zu 0,04 mm ausblendete. Eine weitere Verengerung des Photometerspaltess ließ das Plattenkorn nicht zu. Andererseits blieben die Abweichungen der gemessenen von der wahren Intensitätsverteilung bei einer Spaltweite von 0,04 mm selbst im ungünstigsten Falle weit unter der Fehlergrenze; dies wurde durch Ausrechnen des Korrektionsgliedes in der Voigtschen Formel<sup>1)</sup>

$$I = W - \frac{1}{8} \delta^2 \cdot \frac{d^2 W}{dz^2}$$

festgestellt.  $W$  ist die an der Stelle  $z$  gemessene,  $J$  die wahre Intensität an der gleichen Stelle des Spektrums,  $2\delta$  die Breite des Spaltbildes am Plattenort. Für  $2\delta$  wurde an scharfen Neonlinien 0,05 mm gemessen.

Für die Aufnahmen wurden die Linien 3612 und 3617 in dritter Ordnung benutzt. Sie lagen in der Gitternormalen. Hier hatte das Gitter eine Dispersion von 1,84 Å.-E./mm. Die dritte Ordnung von  $\lambda = 0,36 \mu$  wird in der zweiten Ordnung von  $\lambda = 0,54 \mu$ , in der vierten von  $\lambda = 0,27 \mu$  überlagert. Die für die Aufnahme verwandten Hauff-Extrarapidplatten waren für Grün merklich empfindlich. Es wurde daher alles grüne Licht durch ein Blauvioelfilter  $F$  zwischen  $Q_2$  und  $S$  absorbiert. Das Ultraviolett aus der vierten Ordnung wurde schon durch das in der Anordnung vorhandene Glas vernichtet. Dagegen zeigte sich verhältnismäßig intensives diffuses Licht, das sich der ganzen dem Licht ausgesetzten Platte, also auch der aufzunehmenden Erscheinung, überlagerte. Es konnten Fehler in der Intensitätsmessung nur dadurch ausgeglichen werden, daß auch die Intensitätsmarken auf Plattenteile gedruckt wurden, die dem diffusen Licht während der Absorptionenaufnahme ausgesetzt waren. Dies Verfahren hat zur Voraussetzung, daß das diffuse Licht sich der ganzen Platte gleichmäßig überlagert. Nur für den nicht durch das Spektrum be-

1) W. Voigt, Phys. Zeitschr. 14. S. 378. 1913.

lichteten Teil war dies direkt durch Messung nachzuweisen. Da aber auf allen Platten beim Durchmessen des Spektrums an verschiedenen Plattenstellen trotz aller Abweichungen vom Mittelwert nie Schwankungen gefunden wurden, die einen systematischen Zusammenhang mit der Lage der Meßstellen im Spektrum verrieten, so darf wohl auch angenommen werden, daß das Spektrum selbst gleichmäßig vom diffusen Licht überlagert wird. Dieses diffuse Licht konnte durch Einbauen eines Vorzerlegungsapparates vollständig beseitigt werden; trotzdem wurde darauf verzichtet, weil sich zeigte, daß eine Vorzerlegung bei Verwendung der Spiraldrahtlampe die Intensitätsverteilung im Spektrum störend beeinflusste.

Der elektrische Ofen, der das Absorptionsrohr auf konstante Temperatur hielt, war im Prinzip ebenso gebaut wie der von Füchtbauer und Hoffmann benutzte, war aber in den Maßen größer. Die Absorptionsröhre ruhte in einem 48 cm langen, 5 mm dicken Kupferzylinder, der für möglichst guten Wärmeausgleich sorgen sollte. Diesem Kupferzylinder schlossen sich an beiden Enden zwei von dem mittleren Ofenteil unabhängige Wicklungen auf 12 cm langen Messingrohren an, die ihrerseits mit Glasfenstern verschlossen waren. Diese beiden Sonderwicklungen erlaubten, die Temperatur im Ofen so zu regulieren, daß die Enden des Absorptionsrohres stets um ein Geringes wärmer waren als die Mitte. Auf diese Weise wurde die Bildung eines Cäsiumbeschlages an den Röhrenenden verhindert. Der Ofen wurde aus der städtischen Leitung gespeist; deren Spannungsschwankungen machten es notwendig, die Temperatur bei einmal hergestelltem Gleichgewicht zu überwachen und den Strom diesen Schwankungen entsprechend nachzuregulieren. Durch ständiges Nachregulieren gelang es trotz der inkonstanten Stromquelle, die Schwankungen der Röhrentemperatur in kleinen Grenzen zu halten. Um Fehlerinflüsse durch eine nicht ganz exakte Temperaturdefinition, wie sie die Notwendigkeit, die Röhrenenden stärker zu erwärmen, und durch die zeitlichen Schwankungen hervorgerufen wurde, auf ein Minimum zu beschränken, wurde die Temperatur an mehreren Punkten der Röhren während der Aufnahme messend verfolgt und aus diesen Messungen ein Mittel berechnet. Dieses Temperaturmittel wurde dem auf der Aufnahme gemessenen  $n_{\infty}$  zugeordnet. Im allgemeinen differierten die an

einer Stelle der Röhre während der Aufnahme gemessenen Temperaturen gegen das errechnete Mittel um weniger als  $0,4^\circ$ . Nur in zwei Fällen stieg die Differenz darüber hinaus auf  $0,8^\circ$ , aber auch nur in einer gegen die Belichtungsdauer sehr kurzen Zeit. So darf man also wohl sagen, daß die zu den gemessenen  $n_{\infty}$  gehörende Temperatur durch das oben bezeichnete Mittel im allgemeinen bis auf  $0,3^\circ$ , in einigen Fällen sogar wesentlich besser definiert war.

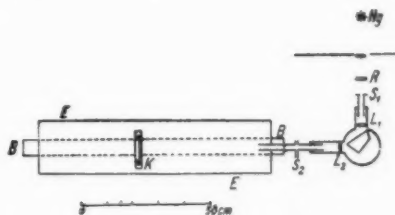
Zur Temperaturmessung diente ein Silber-Konstantanthermoelement, dessen elektromotorische Kraft mit einem Diesselhorstkompensator gemessen wurde. Der Fehler der Messung betrug höchstens  $2 \times 10^{-6}$  V., das entsprach einer Genauigkeit der Temperatur von  $0,04^\circ$ . Diese Meßgenauigkeit entsprach in keiner Weise der sehr viel schlechteren Temperaturdefinition der Absorptionsröhre, war aber nötig, um bei der Inkonstanz des Heizstromes Temperaturänderungen des Ofens rechtzeitig zu erkennen und zu regulieren, da die Ofentemperatur einer Stromänderung nur sehr langsam folgte. Die kalten Lötstellen des Thermoelements — Silber gegen Kupfer und Konstantan gegen Kupfer — steckten über 15 cm tief in einem mit zerhacktem Eis gefüllten Dewargefaß. Zur Eichung dienten die Siedepunkte von Wasser, Anilin (angenommen zu  $184,1^\circ$  bei 760 mm Hg), Naphthalin (angenommen zu  $218,0^\circ$ ) und Schwefel (angenommen zu  $444,6^\circ$ ). Die Lötstelle befand sich bei der Eichung in allen Fällen im Dampfraum dicht über der siedenden Flüssigkeit. Zur Eichung mit Anilin und Naphthalin dienten improvisierte Siedegefaße, bei denen auf guten Wärmeschutz des Dampftraumes sorgfältig geachtet wurde. Anilin wurde vor Gebrauch destilliert. Die Thermokraft im Dampf des siedenden Schwefels wurde in einem Schwefelsiedeofen<sup>1)</sup> gemessen. In allen Fällen war darauf Bedacht genommen, daß das Thermolement ebensoweit von Dampf umgeben war, wie es bei der Messung der Temperatur am Orte der Röhrenmitte in den elektrischen Ofen hineinragte.

Grundlage für die photometrische Messung war eine mit Intensitäten bekannten Verhältnisses hergestellte Schwärzungsskala. Diese Intensitätsmarken wurden im Licht der Hg-

1) Den Schwefelsiedeofen stellte Hr. Professor Magnus freundlicherweise zur Verfügung, wofür ich ihm auch an dieser Stelle herzlich danken möchte.

Linie bei 366 gedruckt, in der Annahme, daß sich vom  $\lambda = 0,366 \mu$  bis  $\lambda = 0,361 \mu$  die Gradation der photographischen Platte nicht wesentlich ändert. Durch Veränderung der Entfernung zwischen Platte und einer nahezu punktförmigen konstanten Lichtquelle wurden am Ort der Platte bekannte Intensitätsverhältnisse erzeugt.

Es diente dazu folgende Anordnung (vgl. Fig. 2). Der leuchtende Teil einer Hg-Lampe wurde auf den Spalt  $S_1$  eines Quarzspektrographen abgebildet. Das Spektrum lag in der



Anordnung zum Drucken der Intensitätsmarken

Fig. 2.

Ebene des Spaltes  $S_2$ , so daß das Bild der Linie 366 den Spalt  $S_2$  deckte.  $S_2$  war sehr eng und auch in der Längsrichtung bis auf 1 mm abgeblendet. Die Kamera  $K$  war auf der optischen Bank  $B$  meßbar zu verschieben. Die Vorderseite der Kamera blendete die Platte bis auf ein  $3 \times 4$  mm großes Stück ab, das dem von  $S_2$  kommenden Licht ausgesetzt war. Es war dafür Sorge getragen, daß bei Vergrößerung der Entfernung dieser Ausschnitt stets in dem gleichen Strahlenkegel blieb. Vom Spalt  $S_1$  an war der Strahlengang vor jedem fremden Licht durch einen lichtdichten Einbau  $E$  geschützt. Um die Gewähr zu haben, daß der Spalt  $S_2$  auch wirklich Ausgangspunkt des Strahlenbündels war, wurde die Koinzidenz des Linienbildes mit dem Spalt in folgender Weise geprüft.  $S_1$  wurde so weit verbreitert, daß sich die Bilder benachbarter Linien bei  $S_2$  noch eben nicht überlagerten und ebenfalls  $S_2$  auf einige Zehntel Millimeter geöffnet. Dabei füllte ihn das Bild der Linie 366 noch voll aus. Eine sodann zwischen Spalt und Kamera aufgestellte Linse bildete  $S_2$  auf die photographische Platte bei  $K$  ab. Letztere wurde so justiert, daß das Bild des Spaltes auf der Platte scharf erschien. Darauf wurde  $S_1$  bis auf einige Hundertstel Millimeter geschlossen,  $S_2$  ganz weit gemacht, und nun bei feststehender Kassette die Linse  $L_2$  so verschoben, daß das Linienbild am Ort der Platte scharf wurde.

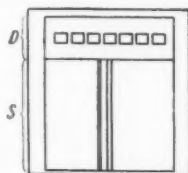


Zu jeder Aufnahme des Spektrums wurden auf der gleichen Platte 6—7 Intensitätsmarken bei verschiedenen Entfernungen zwischen 20 und 100 cm gedruckt. Belichtungszeit war stets die gleiche wie die der zugeordneten Aufnahme. Da die Lichtstärke der Hg-Lampe und die Intensität des Gitterspektrums am Plattenort in starkem Mißverhältnis standen, mußte das Hg-Licht durch Rauchgläser  $R$ , die zwischen Lampe und  $S_1$  angebracht waren, passend geschwächt werden, damit man bei gleichen Belichtungszeiten annähernd die gleiche Schwärzung wie im Gitterspektrum erhielt. Voraussetzung für dieses ganze Verfahren ist die Konstanz der Hg-Lampe. Sie wurde von einer Akkumulatorenbatterie von 64 Volt gespeist; die Stromkonstanz überwachte ein Amperemeter, das Stromänderungen von 0,005 Amp. wahrzunehmen gestattete. Nach einstündigem Einbrennen blieb der Strom stets auf diese Genauigkeit konstant; erst wenn Stromkonstanz erreicht war, begann die Aufnahme der Marken. Es können bei dieser Anordnung Fehler dadurch entstehen, daß auf den Spalt  $S_2$  diffuses Licht aus dem Spektralapparat fällt, welches eine andere Gradation hat wie  $\lambda = 0,866 \mu$ . Eine Prüfung ergab, daß die Intensität dieses Lichtes gegen die der Linie 366 klein ist. Da alles weiter nach Ultraviolett gelegene Licht durch das Rauchglas absorbiert wird, handelt es sich außerdem im wesentlichen um Licht der blauen Hg-Linien, so daß der entstehende Fehler sicher zweiter Ordnung ist. Im allgemeinen wurden auf jede Platte Intensitätsmarken gedruckt. In zwei Fällen jedoch waren nur je eine Aufnahme einer Tagesserie mit Intensitätsmarken versehen. Dann wurde darauf geachtet, daß beide Platten der Tagesserie aus der gleichen Platte  $9 \times 12$  geschnitten wurden, und durch sorgfältige gleichzeitige Entwicklung dafür gesorgt, daß die Intensitätsmarken für alle Aufnahmen Gültigkeit hatten. Dieses Verfahren schließt allerdings die Voraussetzung in sich, daß das diffuse Licht bei allen an einem Tag gemachten Aufnahmen innerhalb der Fehlergrenzen gleich ist.

Das Plattenschema (vgl. Fig. 3) ergab sich aus der Notwendigkeit, die Intensitätsmarken auf die dem diffusen Licht ausgesetzten Stellen zu drucken. Die Platten hatten das Format  $5 \times 5$  cm und wurden zu je 2 aus einer Platte  $9 \times 12$  herausgeschnitten, um Störungen durch gegossene Ränder mit



Sicherheit zu vermeiden. Die größere Hälfte *S* nahm das 3,5 cm breite Spektrum mit den beiden Absorptionslinien ein, in dem anderen Teil *D*, der nur dem diffusen Licht ausgesetzt war, wurden gleichlaufend mit dem Spektrum die Intensitätsmarken hineingedruckt. Zwischen Intensitätsmarken und Spektrum lag ein 5 mm breiter Raum. Wie Messungen erwiesen, zeigte sich vom Rand des Spektrums bis über die Intensitätsmarken hinaus kein Schwärzungsabfall, so daß dieser Streifen genügte, um die Intensitätsmarken vor Einwirkungen der Hauptaufnahme zu schützen.



Plattenschema

Fig. 3.

Für die Auswertung der Spektrogramme war es wesentlich, die genaue Lage der Geister zu der ihnen zugeordneten Spektrallinie und die Intensitätsverhältnisse zwischen dieser Linie und ihren Geistern in der benutzten Spektralgegend auf mindestens 10 Proz. genau zu kennen. Die Entfernung zwischen Geist und Linie wurde sowohl im Neon- als im Hg-Spektrum gemessen und ergab für den ersten Geist 0,88 mm, für den vierten 3,52 mm auf der Platte. Die gesuchten Intensitätsverhältnisse wurden an den Linien des Hg-Tripletts bei 366 und ihren Geistern gemessen, weil die Hg-Lampe ihrer Konstanz wegen sich zu dieser Untersuchung besonders eignete. Es zeigte sich bei den ersten Aufnahmen, daß im wesentlichen nur der erste und vierte Geist als störend in Frage kam, daß die Geister nach Rot stärker waren wie die nach Blau und daß das Verhältnis viel zu groß war, als daß man es mit einer Photometrie konstanter Belichtungszeiten hätte messen können. Es wurde daher unter Voraussetzung des Schwarzschildschen Gesetzes auf die Photometrie gleicher Schwärzungen zurückgegriffen. Vorversuche orientierten zunächst ungefähr über das Zeitverhältnis, bei dem bei Linie und Geist gleiche Schwärzung zu erwarten war. Die Belichtungszeit für die Linien wurde mit 40 Sek. bzw. 50 Sek. so festgesetzt, daß sie gerade mit normaler Schwärzung auf der Platte erschienen, dann wurden mit steigenden Belichtungszeiten (beim ersten Geist von 11–21 Min., beim vierten Geist von 1–2<sup>h</sup> 30<sup>m</sup>) sechs Aufnahmen des Geistes gemacht, so daß gemäß den Vorversuchen die richtige Belichtungszeit mit eingeschlossen

war. Zwischen je zwei Aufnahmen des Geistes wurde eine Aufnahme der Linie mit der stets gleichen kurzen Belichtungszeit eingeschoben. Diese verhältnismäßig große Zahl gleicher Aufnahmen hatte den Zweck, die bei der kurzen Belichtungszeit auftretenden zufälligen Fehler in der Belichtungsdauer, sowie Plattenfehler, möglichst zu eliminieren. In dieser Weise wurde für die beiden ersten und die beiden vierten Geister je eine Platte angefertigt. Messung der Schwärzung ergab für jeden Geist sechs Punkte einer Kurve, die seine Schwärzung als Funktion der Belichtungszeit darstellten. Aus ihr wurde die Belichtungszeit interpoliert, die der Schwärzung der zum Geist gehörenden Spektrallinie entsprach. Um den Exponenten  $p$  des Schwarzschildschen Gesetzes für diese Wellenlänge und Plattensorte zu ermitteln, wurde auf eine der Platten, die beide der gleichen Emulsion entstammten, zwei Reihen Intensitätsmarken mit konstant gehaltener, aber für beide Reihen verschiedener Belichtungszeit (1 Min. 20 Sek. und 2 Min. 40 Sek.) und variierte Intensität gedruckt. Jede von ihnen gab eine Kurve, die für ihre Belichtungszeit die Schwärzung als Funktion der Intensitätslogarithmen darstellte, und in wesentlichen Teilen ihres Verlaufes gradlinig war. Für jede Schwärzung ergab sich aus beiden Kurven ein Wert von  $p$ . Aus  $p$  und den Belichtungszeiten gleicher Schwärzung ergab sich dann nach dem Schwarzschildschen Gesetz das gesuchte Intensitätsverhältnis. Eine Arbeit von Kron<sup>1)</sup>, die dem Verfasser erst später zur Kenntnis kam, ließ es möglich erscheinen, daß eine Übertragung des Exponenten  $p$ , der zwischen 1 Min. 20 Sek. und 2 Min. 40 Sek. gemessen war, auf Messungen mit Belichtungszeiten von 40 Sek. Fehler ergeben könnte, die die angestrebte Fehlergrenze überstiegen hätten, weil bei kleinen Belichtungszeiten sich Abweichungen vom Schwarzschildschen Gesetz zeigen. Es wurde deshalb nachträglich durch eine Reihe von Aufnahmen auf eine Hauff-Extrarapidplatte — allerdings nicht mit spektralzerlegtem Licht — festgestellt, daß für diese Platte jedenfalls innerhalb der Fehlergrenzen dieser Messung das Schwarzschildsche Gesetz von 10 Sek. an für alle Belichtungszeiten erfüllt ist. Der maximalmögliche

1) E. Kron, Über das Schwärzungsgesetz photographischer Platten. Publikationen des astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam. Nr. 67. Potsdam 1913.

Fehler dieser Intensitätsmessung an den Geistern wurde auf Grund des vorliegenden Beobachtungsmaterials auf 7 Proz. geschätzt. Es möge schon hier hervorgehoben werden, was für die Anwendung bei der Reduktion der Spektrogramme von Wichtigkeit ist, daß es sich bei dieser Messung um das Verhältnis der Geister zu der durch die Geister geschwächten Intensität der Spektrallinie handelt.

Als Platten wurden Hauff-Extrarapidplatten verwandt. Um die Wirkung der Schnittränder auf die Schwärzung zu vermeiden, wurden die Platten vor der Entwicklung 3 Minuten in Wasser aufgeweicht. Als Entwickler diente zuerst Methol-Aduro 1:10, später Glycinentwickler 1:20. Die Entwicklung wurde unterbrochen, wenn leichte Schleierung eintrat, was nach 8—10 Min. der Fall war.

Die Schwärzung der Platten wurde mit dem Hartmannschen Mikrophotometer gemessen. Hr. Prof. Rosenberg war so freundlich, die schönen Einrichtungen seiner Sternwarte insbesondere sein Mikrophotometer für diese Messung zur Verfügung zu stellen und mir mit vielen wertvollen Ratschlägen die Messung zu erleichtern, wofür ich ihm zu großem Dank verpflichtet bin. Bei der Messung erwiesen sich Plattenfehler von der Größenordnung einiger Hundertstel Millimeter, besonders bei den flach absorbierten Linien oft als recht störend. Um diesen und anderen Fehlerquellen zu begegnen, wurden

1. die Schwärzungen an möglichst vielen Punkten gemessen (innerhalb des Absorptionsstreifens von 0,1 zu 0,1 mm und zu beiden Seiten 4—6 mm außerhalb des Absorptionsstreifens mindestens von 0,5 zu 0,5 mm).

2. Der Absorptionsstreifen viermal nacheinander an den gleichen Punkten durchmessen, die Punkte außerhalb des Absorptionsstreifens zweimal gemessen.

3. Jede Einzelmessung in der Weise ausgeführt, daß vier Keileinstellungen gemacht wurden, zwei, indem der Keil von der dunklen nach der hellen Seite verschoben wurde, zwei bei dem umgekehrten Verfahren. Aus diesen vier Ablesungen wurde das Mittel genommen.

4. Das 3,5 cm breite Spektrum in dieser Weise an vier möglichst verschiedenen Stellen durchmessen, um auch Plattenfehler im Absorptionsmaximum und Fehler, die sich über einen größeren Bereich erstreckten, auszuschalten.

Die Mittel aus den unter 3. genannten vier Ablesungen je einer Messung an einem Punkt wurden in einem Koordinatensystem mit der Schwärzung als Ordinate der Plattenlänge als Abszisse eingetragen und aus diesen Punkten durch graphische Interpolation der Verlauf der Kurve ermittelt, die für die vier an verschiedenen Stellen des Spektrums vorgenommenen Durchmessungen den Verlauf der Schwärzung als Funktion der Plattenstelle gab.

Der Messung der Intensitätsmarken wurde besondere Sorgfalt zugewandt. In jeder Intensitätsmarke wurden an 9 verschiedenen Stellen je eine Messung zu 4 Ablesungen gemacht und daraus das Mittel genommen. Die bei den sechs Intensitätsmarken gemessenen Schwärzungen gaben dann sechs Punkte der Schwärzungskurve, die die Schwärzung als Funktion der Intensitätslogarithmen darstellt. Die Einheit, in der die Intensität auf einer Platte gemessen wurde, war dadurch gegeben, daß die Intensität einer passend gelegenen Marke = 10 gesetzt wurde. Diese Einheit war also willkürlich und im allgemeinen von Platte zu Platte verschieden. Mit Hilfe dieser Schwärzungskurve erhielt man den vier Durchmessungen einer Platte entsprechend vier Kurven, die jede die Intensitätslogarithmen als Funktion der Plattenstelle  $x$  darstellten. Diese Kurven bildeten die Grundlage für alle weiteren Rechnungen und Messungen.

#### **Reduktion der gemessenen Intensitätsverteilung auf gleiche einfallende Intensität und Geisterfreiheit.**

Die Kurve der Intensitätsverteilung  $M$  verlief außerhalb des Absorptionsgebietes gradlinig, zeigte aber von Rot nach Blau einen leichten Abfall, der teils auf Glasabsorption, teils aber auch der spektralen Abnahme der spezifischen Lampenhelligkeit zuzuschreiben ist. Aus den auf 4–6 mm zu beiden Seiten des Absorptionsstreifens gemessenen gradlinigen Stücken der Kurve wurde die Intensität des einfallenden Lichtes am Ort des Absorptionsstreifens interpoliert. Die Kurve der Intensitätslogarithmen wurde dann reduziert auf die gleiche einfallende Intensität 10, indem die Strecke  $a = \lg M_0 - \lg M$  (vgl. Fig. 4) von der Ordinate 1 abgetragen wurde. Bei dem geringen Abfall der einfallenden Intensität wäre diese Reduktion nicht unbedingt nötig gewesen. Sie erleichterte aber die

nachfolgende Reduktion auf Geisterfreiheit ganz wesentlich. Im folgenden sollen alle Größen, die speziell auf das reduzierte Spektrum Bezug haben, mit dem Index  $r$  versehen werden, ebenso alle Größen, die auf die einfallende Intensität Bezug nehmen, mit dem Index 0.

Ist im Spektrum an der Stelle  $x$  die wahre Intensität  $W$ , so wird, wenn das Gitter Geister hat, ein Bruchteil dieser Intensität  $\alpha W$  den Geistern der Spektralstelle  $x$  zufließen und an anderen Stellen des Spektrums liegen. Dabei wird  $\alpha$  im allgemeinen innerhalb des Spektrums einer bestimmten Ordnung eine Funktion der Wellenlänge sein, die aber sicher in einem Bereich von der Breite des Absorptionsstreifens als konstant betrachtet werden darf. Andererseits wird an der Stelle  $x$  durch Geister anderer Spektralstellen eine Zusatzintensität  $G$  erzeugt. Ist  $M$  die gemessene Intensität an der Stelle  $x$ , so ist

$$M = W(1 - \alpha) + G.$$

Da die der betrachteten Spektralstelle durch die Geister verloren gegangene Intensität die Intensitätsverteilung nur um einen konstanten Faktor fälscht, also keinen Einfluß auf die Messung von  $n\lambda$  und  $\nu'$  hat, so genügt es, die Intensitätsverteilung

$$J = W(1 - \alpha)$$

zu ermitteln, also  $G$  für jede Stelle der Absorptionslinie zu bestimmen. Im folgenden wird daher  $J$  als die wahre Intensität bezeichnet.

Das Verhältnis der Intensität eines Geistes zu der um den gesamten Geist geschwächten Linie hatte in der Gegend des Absorptionsstreifens für die verschiedenen Geister folgende Werte:

|           | nach Rot | nach Blau |
|-----------|----------|-----------|
| I. Geist  | 0,072    | 0,053     |
| IV. Geist | 0,031    | 0,025     |

Der demnächst stärkste Geist war der zweite. Für ihn wurde, den roten und blauen zusammengenommen, dieses Ver-

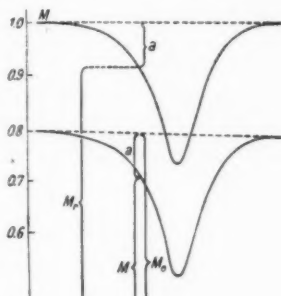


Fig. 4.

hältnis nach den gemachten Aufnahmen auf 0,02 geschätzt und für die gesamten anderen sehr schwachen Geister mit 0,01 veranschlagt. Die wahre Intensitätsverteilung  $J_{0r}$  in dem außerhalb der Absorptionslinie liegenden Teil des reduzierten Spektrums errechnete sich aus der Gleichung

$$\begin{aligned} J_{0r} + 0,211 J_{0r} &= 10 \\ J_{0r} &= 8,26 \end{aligned}$$

Der Verlauf von  $J_r$  innerhalb der Absorptionslinie wurde durch ein Annäherungsverfahren ermittelt. Der vierte und der

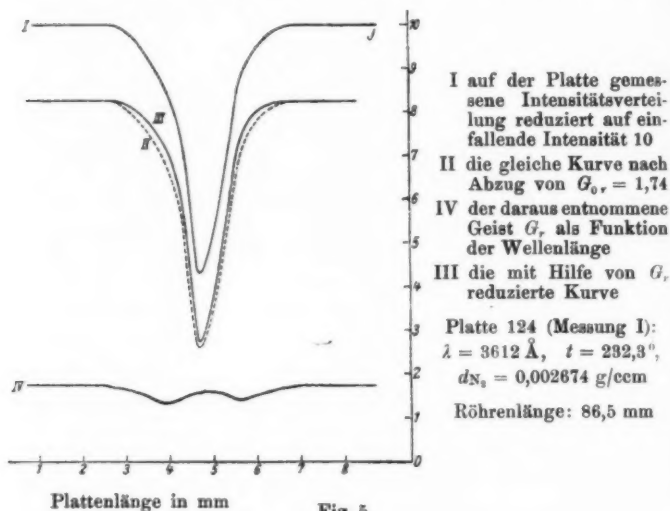


Fig. 5.

zweite Geist anderer Spektralstellen überlagerten die Absorptionslinie ganz gleichmäßig, weil sie aus dem nicht absorbierten Teil des Spektrums stammten. Dagegen stammte der Anteil, den der erste Geist zu  $G_r$  beitrug, für Punkte der Absorptionslinie mindestens zu einem Teil von Stellen der Absorptionslinie selbst. Infolgedessen variiert  $G_r$  im Absorptionsgebiet mit der Wellenlänge. Aus der Form der Absorptionslinie ersieht man sofort, daß die Änderung von  $G_r$  gegen den Wert  $G_{0r}$  außerhalb des Absorptionsstreifens ihren maximalen Wert an den Stellen bekommt, an denen der erste Geist des

Absorptionsminimums liegt, also ziemlich an der Grenze des Absorptionsstreifens, und dort sicher nicht mehr als den halben Anteil des ersten Geistes zu  $G_r$  betragen kann. In vorliegender Arbeit beträgt die Abweichung nur im Falle tiefster Absorption 5 Proz. von  $J_r$ . So nähert man sich also der wahren Intensitätsverteilung schon auf mindestens 5 Proz., wenn man  $G_{0r} = 1,74$  überall von  $M_r$  abzieht. Unter Zugrundelegung dieser neuen Absorptionskurve wurde die Größe  $G_r$  an jeder Stelle der Absorptionslinie in der Weise bestimmt, daß die Intensität der Stellen, deren erste Geister auf  $x$  lagen, gemessen, ihre ersten Geister berechnet und dazu dann der konstante vierte und zweite Geist addiert wurde. Da die Fehler, die  $G_r$  dann noch enthält, im ungünstigsten Fall 1,5 Proz. von  $J_r$  betragen, im allgemeinen aber wesentlich kleiner sind, so darf die dabei erreichte Genauigkeit von  $G_r$  als genügend angesehen werden. Die wahre Intensitätsverteilung  $J_r$  erhielt man nun, indem  $G_r$  von  $M_r$  abgezogen wurde. Zur Veranschaulichung seien hier aus der am tiefsten absorbierten Platte 124 (Messung I) die Kurve  $M_r$  der gemessenen, nur auf gleiche einfallende Intensität 10 reduzierten Intensitäten, ferner die Kurve  $M_r - G_{0r}$  — der erste Schritt der Annäherung —, der daraus ermittelte Verlauf von  $G_r$  und schließlich die mit  $G_r$  reduzierte Kurve zusammengestellt (vgl. Fig. 5).

Die Reduktion wurde an jeder der vier auf einer Platte an verschiedenen Stellen gemessenen Kurven durchgeführt und erst die endgültigen Resultate gemittelt. Nur so war es möglich, einen Anhaltspunkt über die zufälligen durch die photometrischen Messungen verursachten Fehler zu bekommen. Alle Rechnungen und graphischen Manipulationen waren so genau vorgenommen, daß irgendein wesentlicher Fehler durch sie nicht entstehen konnte.

Die Reduktion auf gleiche Intensität bestand innerhalb des Absorptionsstreifens darin, daß die an der Stelle  $x$  gemessene Intensität mit dem ihr zugeordneten Faktor  $F_x = \frac{10}{M_0}$  multipliziert wurde. Dies Verfahren war grundsätzlich ungenau, weil sich die Intensität  $M$  an der Stelle  $x$  zusammensetzt aus der wahren Intensität  $J$  und den Geistern  $G$ , die von symmetrisch zu  $x$  liegenden Stellen  $x_1$  und  $x_2$  stammen. Dieser Anteil der Geister  $G$  müßte mit dem ihren Herkunftsstellen entsprechenden Faktor  $F_{x_1}$  bzw.  $F_{x_2}$  multipliziert werden; da in-

folge der Neigung der Kurve  $F_x$ , um die gleiche Größe  $\varepsilon$  größer war wie  $F_{x_1}$ , kleiner als der zur Stelle  $x$  gehörende Reduktionsfaktor  $F_x$ , so würde daraus kein Fehler entstehen, wenn die Geister gleicher Ordnung nach Rot und Blau gleich stark wären und ebenfalls die Intensitäten, die sie in dem hier betrachteten Fall liefern, sich nicht voneinander unterscheiden. Ist dies jedoch nicht der Fall, so wird der Fehler, der dadurch entsteht, daß man  $M$  mit  $F_x$  multipliziert,

$$(a_1 J_1 - a_2 J_2) \varepsilon$$

betragen,  $J_1$  und  $J_2$  sind die wahren Intensitäten an den Stellen  $x_1$  und  $x_2$ ,  $a_1$  und  $a_2$ , die Verhältnisse der Geister nach Rot und nach Blau zur Linie; für die beiden vierten und zweiten Geister wird dieser Ausdruck sehr klein, anders dagegen beim ersten Geist, wo für Punkte in der Absorptionslinie  $J_1$  und  $J_2$  sehr voneinander verschieden sein können. Aber auch hier beträgt obige Größe ungünstigstenfalls nur 1 pro mille der einfallenden Intensität. Es hat demnach dieser systematische Fehler keinen Einfluß auf das Resultat.

#### Meßresultate und Fehlerabschätzungen.

Den weiteren Erörterungen sei eine Zusammenstellung über die an den Linien 3612 und 3617 gemessenen Resultate vorangestellt.

$$\lambda = 3611,84$$

| Plattennummer                 | 118    | 111    | 112    | 124    |
|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|
| Temperatur                    | 190,9° | 199,2° | 204,7° | 232,3° |
| Geschätzter Fehler            | 0,25°  | 0,3°   | 0,25°  | 0,1°   |
| $n_{\lambda_m} \times 10^5$   | 7,99   | 11,65  | 14,60  | 36,38  |
| Fehler der photometr. Messung | 2%     | 3%     | 2%     | 1%     |
| $\nu' \times 10^{-13}$        | 2,24   | 2,35   | 2,27   | 2,28   |
| Fehler der photometr. Messung | 2%     | 3%     | 4%     | 3,5%   |
| Röhrenlänge in mm             | 283,5  | 86,5   | 86,5   | 86,5   |

$$\lambda = 3317,08$$

| Plattennummer                 | 110a   | 110b   |
|-------------------------------|--------|--------|
| Temperatur                    | 199,2° | 204,2° |
| Geschätzter Fehler            | 0,3°   | 0,3°   |
| $n_{\lambda_m} \times 10^5$   | 2,33   | 2,74   |
| Fehler der photometr. Messung | 6%     | 3%     |
| Röhrenlänge in mm             | 283,5  | 283,5  |

Die Dichte des Stickstoffs ist in allen Fällen 0,002674 g/ccm.

Die Absorption in der Linie 3617 konnte nur auf etwa 23 Proz. gebracht werden, weil sie sonst durch die stärkere Linie 3611 gestört wurde. Die Messung von  $\nu'_{3617}$  wurde daher



so unsicher, daß die Resultate hier nicht mitgeteilt werden sollen. Es scheint jedoch, als ob sie kleiner seien wie  $\nu'_{3612}$ .

Bei der Fehlerabschätzung wird vorausgesetzt, daß systematische Fehler durch Anordnung und Methode vermieden sind. Die Fehler in der Temperaturdefinition der Röhre werden auf höchstens  $0,3^\circ$  veranschlagt. Nachträglich ergeben die Messungen den prozentualen Zuwachs von  $n\kappa_m$  bei  $1^\circ$  Temperaturzunahme. Dabei ergab sich

für  $190^\circ$  5 Proz., für  $200^\circ$  4 Proz., für  $236^\circ$  3 Proz.

Somit wird der aus mangelhafter Temperaturdefinition stammende Fehler nie wesentlich größer wie 1 Proz. Für die Halbwertsbreite kommt dieser Fehler gar nicht in Frage, weil er auf alle  $n\kappa$  der Kurve in gleicher Weise wirkt.

Für das Verhältnis zwischen Linie und Geist ist ein Fehler von höchstens 7 Proz. veranschlagt, das entspricht für die gemessenen  $n\kappa_m$  einem Fehler von 1,7—2,2 Proz. Da dieser in allen Fällen in der gleichen Richtung liegt, wird er überall dort, wo es nur auf das Verhältnis der in dieser Arbeit gemessenen  $n\kappa_m$  ankommt, nahezu herausfallen. Auch diese Fehlerquelle hat auf die Halbwertsbreite keinen Einfluß.

Über die Fehler, die die photometrische Methode mit sich brachte, geben Anhaltspunkte die Werte von  $n\kappa_m$  und  $\nu'$ , die auf der gleichen Platte, aber an verschiedenen Stellen gemessen waren. Die größte Abweichung eines  $n\kappa_m$  vom Mittel aus vier solchen Messungen erreichte bei der Linie 3612 nur in einem Fall 4 Proz. und bei allen übrigen Fällen 3 Proz. und kleiner. Für die Linie 3617 waren die gleichen Zahlen allerdings 5 Proz. und 10 Proz. Mit Rücksicht darauf, daß das Resultat ein Mittel aus vier Messungen war, ist bei 3612 dieser Fehler für  $n\kappa_m$  auf höchstens 3 Proz., bei 3617 mit 3 Proz. und 6 Proz. veranschlagt. Für  $\nu'$  stieg die größte Abweichung vom Mittel nur in einem Fall auf 6 Proz., war aber im übrigen erheblich kleiner.

Die vier auf einer Platte gewonnenen Messungen waren allerdings insofern nicht voneinander unabhängig, als sie mit der gleichen Schwärzungskurve reduziert waren, doch steht zu erwarten, daß bei der großen Zahl von Messungen, die in einer Intensitätsmarke gemacht wurden, die Schwärzungskurve zufällige Fehler obiger Größenordnung nicht mehr enthält.

folge der Neigung der Kurve  $F_{x_1}$  um die gleiche Größe  $\varepsilon$  größer war wie  $F_{x_2}$ , kleiner als der zur Stelle  $x$  gehörende Reduktionsfaktor  $F_x$ , so würde daraus kein Fehler entstehen, wenn die Geister gleicher Ordnung nach Rot und Blau gleich stark wären und ebenfalls die Intensitäten, die sie in dem hier betrachteten Fall liefern, sich nicht voneinander unterschieden. Ist dies jedoch nicht der Fall, so wird der Fehler, der dadurch entsteht, daß man  $M$  mit  $F_x$  multipliziert,

$$(a_1 J_1 - a_2 J_2) \varepsilon$$

betragen,  $J_1$  und  $J_2$  sind die wahren Intensitäten an den Stellen  $x_1$  und  $x_2$ ,  $a_1$  und  $a_2$ , die Verhältnisse der Geister nach Rot und nach Blau zur Linie; für die beiden vierten und zweiten Geister wird dieser Ausdruck sehr klein, anders dagegen beim ersten Geist, wo für Punkte in der Absorptionslinie  $J_1$  und  $J_2$  sehr voneinander verschieden sein können. Aber auch hier beträgt obige Größe ungünstigstenfalls nur 1 pro mille der einfallenden Intensität. Es hat demnach dieser systematische Fehler keinen Einfluß auf das Resultat.

#### Meßresultate und Fehlerabschätzungen.

Den weiteren Erörterungen sei eine Zusammenstellung über die an den Linien 3612 und 3617 gemessenen Resultate vorangestellt.

$$\lambda = 3611,84$$

|   |        |        |        |        |
|---|--------|--------|--------|--------|
| Plattennummer . . . . .                 | 118    | 111    | 112    | 124    |
| Temperatur . . . . .                    | 190,9° | 199,2° | 204,7° | 232,3° |
| Geschätzter Fehler . . . . .            | 0,25°  | 0,3°   | 0,25°  | 0,1°   |
| $n_{x_m} \times 10^8$ . . . . .         | 7,99   | 11,65  | 14,60  | 36,38  |
| Fehler der photometr. Messung . . . . . | 2%     | 3%     | 2%     | 1%     |
| $\nu' \times 10^{-12}$ . . . . .        | 2,24   | 2,35   | 2,27   | 2,28   |
| Fehler der photometr. Messung . . . . . | 2%     | 3%     | 4%     | 3,5%   |
| Röhrenlänge in mm . . . . .             | 283,5  | 86,5   | 86,5   | 86,5   |

$$\lambda = 3317,08$$

|   |        |        |
|---|--------|--------|
| Plattennummer . . . . .                 | 110a   | 110b   |
| Temperatur . . . . .                    | 199,2° | 204,2° |
| Geschätzter Fehler . . . . .            | 0,3°   | 0,3°   |
| $n_{x_m} \times 10^8$ . . . . .         | 2,33   | 2,74   |
| Fehler der photometr. Messung . . . . . | 6%     | 3%     |
| Röhrenlänge in mm . . . . .             | 283,5  | 283,5  |

Die Dichte des Stickstoffs ist in allen Fällen 0,002674 g/ccm.

Die Absorption in der Linie 3617 konnte nur auf etwa 23 Proz. gebracht werden, weil sie sonst durch die stärkere Linie 3611 gestört wurde. Die Messung von  $\nu'_{3617}$  wurde daher

so unsicher, daß die Resultate hier nicht mitgeteilt werden sollen. Es scheint jedoch, als ob sie kleiner seien wie  $\nu'_{3612}$ .

Bei der Fehlerabschätzung wird vorausgesetzt, daß systematische Fehler durch Anordnung und Methode vermieden sind. Die Fehler in der Temperaturdefinition der Röhre werden auf höchstens  $0,3^\circ$  veranschlagt. Nachträglich ergeben die Messungen den prozentualen Zuwachs von  $n\kappa_m$  bei  $1^\circ$  Temperaturzunahme. Dabei ergab sich

für  $190^\circ$  5 Proz., für  $200^\circ$  4 Proz., für  $236^\circ$  3 Proz.

Somit wird der aus mangelhafter Temperaturdefinition stammende Fehler nie wesentlich größer wie 1 Proz. Für die Halbwertsbreite kommt dieser Fehler gar nicht in Frage, weil er auf alle  $n\kappa$  der Kurve in gleicher Weise wirkt.

Für das Verhältnis zwischen Linie und Geist ist ein Fehler von höchstens 7 Proz. veranschlagt, das entspricht für die gemessenen  $n\kappa_m$  einem Fehler von 1,7—2,2 Proz. Da dieser in allen Fällen in der gleichen Richtung liegt, wird er überall dort, wo es nur auf das Verhältnis der in dieser Arbeit gemessenen  $n\kappa_m$  ankommt, nahezu herausfallen. Auch diese Fehlerquelle hat auf die Halbwertsbreite keinen Einfluß.

Über die Fehler, die die photometrische Methode mit sich brachte, geben Anhaltspunkte die Werte von  $n\kappa_m$  und  $\nu'$ , die auf der gleichen Platte, aber an verschiedenen Stellen gemessen waren. Die größte Abweichung eines  $n\kappa_m$  vom Mittel aus vier solchen Messungen erreichte bei der Linie 3612 nur in einem Fall 4 Proz. und bei allen übrigen Fällen 3 Proz. und kleiner. Für die Linie 3617 waren die gleichen Zahlen allerdings 5 Proz. und 10 Proz. Mit Rücksicht darauf, daß das Resultat ein Mittel aus vier Messungen war, ist bei 3612 dieser Fehler für  $n\kappa_m$  auf höchstens 3 Proz., bei 3617 mit 3 Proz. und 6 Proz. veranschlagt. Für  $\nu'$  stieg die größte Abweichung vom Mittel nur in einem Fall auf 6 Proz., war aber im übrigen erheblich kleiner.

Die vier auf einer Platte gewonnenen Messungen waren allerdings insofern nicht voneinander unabhängig, als sie mit der gleichen Schwärzungskurve reduziert waren, doch steht zu erwarten, daß bei der großen Zahl von Messungen, die in einer Intensitätsmarke gemacht wurden, die Schwärzungskurve zufällige Fehler obiger Größenordnung nicht mehr enthält.

Es soll hier noch einmal hervorgehoben werden, daß die vier Messungen einer Platte durch das ganze Material sorgfältig daraufhin durchgesehen wurden, ob sich zwischen ihren Abweichungen vom Mittel und ihrer Lage auf der Platte irgendein Zusammenhang konstruieren ließ, der auf systematische Fehler deutete. Das Ergebnis war ein völlig negatives.

Bei der Schwärzungsmessung war der durchschnittliche Fehler in der Photometerkeileinstellung im wesentlichen von der Schwärzung unabhängig. Da alle Schwärzungen im gradlinigen Teil der Schwärzungskurve lagen, so entsprach diese Unsicherheit in der Keilablesung einem von der Schwärzung unabhängigen Fehler in den Intensitätslogarithmen. Dieser Fehler wird naturgemäß an Stellen kleiner  $n\kappa$  sehr viel größer als an Stellen starker Absorption. Aus diesem Grunde ist die Messung der Linie 3617 mit größeren Fehlern behaftet wie 3612, weil sie nur auf 20—25 Proz. zur Absorption gebracht werden konnte.

Aus dem gleichen Grunde wurden bei allen Messungen die Werte von  $n\kappa$  an der Grenze des Absorptionsstreifens wie für die Grenze selbst recht unsicher. Diese Unsicherheit ging auch in das graphisch ausgewertete Integral  $\int_0^{\infty} n\kappa d\nu$  ein. Füchtbauer hat mit Hilfe der Formel, die die Drudesche Theorie für die Intensitätsverteilung in der Absorptionslinie gibt, das Integral ausgewertet und erhält

$$\int_0^{\infty} n\kappa d\nu = \frac{n\kappa_m \cdot \nu'}{4},$$

wenn  $\nu$  (nicht  $\nu'$ ) in Schwingungszahlen gerechnet wird. Es versprach eine größere Genauigkeit, den Ausdruck  $\frac{n\kappa_m \cdot \nu'}{4}$  zum Vergleich der Linien heranzuziehen. Die Abweichung zwischen  $\frac{n\kappa_m \cdot \nu'}{4}$  und  $\int_0^{\infty} n\kappa d\nu$  in graphischer Auswertung ist zwar groß, es hat aber den Anschein, als ob das Verhältnis  $\frac{n\kappa_m \cdot \nu'}{4} \div \int_0^{\infty} n\kappa d\nu$

bei verschiedenen Linien unter verschiedener Verbreiterung gleich bleibt und somit beim Vergleich zweier Linien herausfällt. Dieses Verhältnis ergibt für die Linie 3612 an meinen

Messungen im Durchschnitt 1,36, für die unter vierfacher Verbreiterung von Füchtbauer und Hoffmann gemessene Linie 3877 den Wert 1,38. Der Fehler, der durch Vertauschung von

$$\frac{n \kappa_m \cdot \nu'}{4} \quad \text{und} \quad \int_0^{\infty} n \kappa \, d\nu$$

gemacht wird, ist also für den Vergleich von 3877 und 3612 jedenfalls klein, er wird auch in anderen Fällen nur begrenzten Einfluß haben, weil er stets in der gleichen Richtung liegt und deshalb bei der Verhältnisbildung zum großen Teil herausfällt. Im übrigen ist der Fehler im Gegensatz zu der Unsicherheit im graphisch ausgewerteten Integral scharf definiert und jederzeit an Hand späterer Messungen auszumergen.

#### Die Ergebnisse der Arbeit und ihr Vergleich mit älteren Arbeiten.

##### a) Die Dampfdrucke des Cäsiums im gemessenen Temperaturintervall.

Die Voraussetzung, daß  $n \kappa$  bei sonst gleichen Verhältnissen dem Dampfdruck proportional ist, bildet die Grundlage zum Vergleich von Messungen, die bei verschiedenen Cäsiumdampfdrucken vorgenommen sind. Da bei der benutzten Anordnung Messungen bei verschiedenem Dampfdruck auch naturgemäß bei verschiedener Temperatur gemacht werden mußten, ist in diesem Fall in der Voraussetzung der Proportionalität zwischen den gemessenen  $n \kappa_m$ -Werten und dem Dampfdruck noch einbegriffen, daß die reine Temperaturabhängigkeit von  $n \kappa_m$  und  $\nu'$  in dem benutzten Temperaturintervall innerhalb der Fehlergrenzen liegt. Über diese Temperaturabhängigkeit gibt die Theorie keine festen Anhaltspunkte: die Lorentzsche Auffassung der Dämpfung fordert für  $n \kappa_m$  umgekehrte, für  $\nu'$  direkte Proportionalität mit  $\sqrt{T}$ , die Holtsmarksche Theorie dagegen ergibt die Unabhängigkeit von  $T$ . Alle experimentellen Daten sowohl der Arbeit von Füchtbauer und Hoffmann als auch der vorliegenden geben keine Berechtigung, über die Temperaturabhängigkeit etwas auszusagen, sondern lassen höchstens den Schluß zu, daß diese Temperaturabhängigkeit in den betrachteten Intervallen unterhalb der Fehlergrenze liegt. So wurde in dieser Arbeit die Halbwertsbreite der Linie 3612 bei vier verschiedenen

Temperaturen ganz unabhängig voneinander gemessen mit folgendem Resultat:

|                               |       |       |       |
|-------------------------------|-------|-------|-------|
| $t = 190,9$                   | 199,2 | 204,7 | 232,3 |
| $\nu' \times 10^{-12} = 2,24$ | 2,35  | 2,27  | 2,28  |

Ein Gang mit der Temperatur läßt sich bei diesen Werten nicht nachweisen. Angesichts dieser Tatsache erscheint es be-  
rechtigt, diese vier Werte zu mitteln und das Mittel unter Bei-  
ordnung eines Fehlers von 2 Proz. als die Halbwertsbreite der  
Linie 3612 den weiteren Rechnungen zugrunde zu legen.

Aus den bei den Temperaturen  $t = 190,9$ ,  $204,7$  und  $232,3$   
gefundenen Werten für  $n \kappa_m$  wurde mit Hilfe der Hertzschen  
Dampfdruckformel

$$\ln p = A + B \ln T + \frac{c}{T}$$

eine entsprechende Formel berechnet für die Änderung von  
 $n \kappa_m$  mit der Temperatur, soweit sie die Dampfdruckänderung  
mit sich bringt. Daß diese Formel den vierten unbenutzten  
Wert auf 2 pro mille darstellt, ist ein weiterer Anhaltspunkt  
dafür, daß die Schätzung der zufälligen Fehler nicht zu niedrig  
gegriffen ist. Für die Formel als solche besagt diese Überein-  
stimmung natürlich nichts, weil der nächste zur Berechnung  
benutzte Punkt zu nahe liegt.

Würde man für eine Temperatur  $n \kappa_m$  und  $p$  kennen, so  
würden sich daraus auch die Dampfdrucke für die anderen  
Temperaturen ergeben, für die  $n \kappa_m$  gemessen ist. Kröner<sup>1)</sup>  
hat die Dampfdrucke des Cäsiums im Intervall von  $250$ — $355^\circ$   
gemessen. Seine Werte sind, soweit sie unter  $270^\circ$  liegen,  
mit erheblicher Unsicherheit behaftet, von  $270^\circ$  an aber von  
einer Genauigkeit von 2—3 Proz. Aus den Werten über  $270^\circ$   
haben Füchtbauer und Hoffmann den Dampfdruck bei  
 $233,25^\circ$  mit Hilfe der Hertzschen Formel extrapoliert und aus  
zwei unabhängigen Wertetriplets mit einer Übereinstimmung  
innerhalb der Fehlergrenzen den Wert  $p = 0,223$  gefunden.  
Ich habe die gleiche Rechnung an zwei unabhängigen. Werte-  
triplets des gleichen Temperaturbereichs durchgeführt, und  
finde für  $t = 233,25^\circ$  die Dampfdrucke  $0,204$  und  $0,213$ . Meine  
Interpolationsformeln geben die zur Berechnung der Formel  
nichtbenutzten Werte auf durchschnittlich 1 Proz. wieder. Da  
der Fehler der Krönerschen Werte im allgemeinen größer

1) A. Kröner, Ann. d. Phys. 40. S. 438—452. 1913.

sein dürfte als 1 Proz., dürften alle vier Werte für den gesuchten Dampfdruck als gleichberechtigt behandelt werden. So ergibt sich für  $t = 233,25^{\circ}$   $p = 0,216$  mm Hg. Da ferner die Interpolationsformel der  $n_{\infty}$  für  $233,25^{\circ}$  den Wert  $37,31 \times 10^{-8}$  ergibt, und zwar wegen der sehr kleinen Extrapolation mit der gleichen Genauigkeit wie das für  $t = 232,3^{\circ}$  gemessene  $n_{\infty}$ , so berechnen sich aus den gemessenen  $n_{\infty}$  folgende Dampfdrucke:

| $t$   | $p$   | $t$   | $p$   |
|-------|-------|-------|-------|
| 190,9 | 0,046 | 204,7 | 0,084 |
| 199,2 | 0,068 | 232,3 | 0,211 |

Der Fehler im Absolutwert dieser Dampfdrucke muß sicher auf 10 Proz. veranschlagt werden, ihre Verhältnisse aber werden höchstens mit einem Fehler von 4—5 Proz. behaftet sein.

**b) Das Verhältnis der  $n_{\infty}$  im Dublet 3617 und 3612.**

Füchtbauer und Hoffmann haben auf Grund einer Reihe von eigenen und anderen Messungen folgendes Seriengesetz vermutet:

*Innerhalb der Dublets der Alkalihauptserien verhalten sich die  $n_{\infty}$  der langwelligen zur kurzwelligen Linie wie  $1:m^2$ , wenn ( $m$   $p$ ) der variable Therm der Hauptserie ist.*

An dem Dublet 3617 und 3612 ergeben die beiden Messungen des Verhältnisses, die unabhängig voneinander bei zwei verschiedenen Temperaturen vorgenommen wurden, in guter Übereinstimmung die Werte 5,00 und 5,23. Das von Füchtbauer und Hoffmann ausgesprochene Seriengesetz fordert den Wert 5. Der Fehler des einzelnen Wertes muß auf etwa 6 Proz. veranschlagt werden. Die Ganzzahligkeit des Gesetzes kann auf dieser Grundlage natürlich nicht geprüft werden.

**c) Vergleich der Linien 3612 und 3877.**

Füchtbauer und Hoffmann haben die Linie 3877, die stärkere des nächsten Dublets nach Rot, unter starkem Druck bei  $t = 233,25^{\circ}$  gemessen. Bei der Temperatur  $t = 232,3^{\circ}$  liegt in dieser Arbeit eine Messung der Linie 3612 vor. Die beinahe gleichen Temperaturen gestatten, beide Linien miteinander zu vergleichen unter fast völligem Ausschalten des Dampfdruckes.

1) In der Arbeit von Füchtbauer und Hoffmann wird die Kayser'sche Ordnungszahl  $n$  zur Darstellung des Gesetzes herangezogen. Dann ist das Verhältnis gegeben durch  $1:(n-1)$ .

Es ergibt sich

$$\frac{A_{3677}}{A_{3612}} = 3,44, \quad \frac{P_{3677}}{P_{3612}} = 3,69.$$

Um diesen Vergleich durchzuführen, mußte  $n \kappa_{m_{3612}}$  mit Hilfe der Interpolationsformel für die  $n \kappa_m$  auf  $t = 323,25^\circ$  bezogen werden. Es war also eine Extrapolation der  $n \kappa_m$  um nur  $1^\circ$  nötig. Da beide Linien sehr gut gemessen sind, ist der Fehler des Resultats mit etwa 5 Proz. zu veranschlagen. Wenn in dieser Arbeit bei den Verhältnissen von  $A$  und  $P$  stets von einem Vergleich der Linien schlechtweg gesprochen wird, so enthält das die Voraussetzung, daß das Integral  $\int_0^\infty n \kappa d\nu$  gegen die Verbreiterung der Linie invariant ist. Theoretisch liegt diese Voraussetzung am nächsten, denn sie gestattet die einfachste Behandlung des Problems. Experimentelle Daten, die geeignet wären, über das Verhalten von  $\int_0^\infty n \kappa d\nu$  bei Verbreiterung Aufschluß zu geben, fehlen fast völlig. Messungen von Füchtbauer und Hoffmann über die Druckverbreiterung von  $\lambda = 4555$  und  $\lambda = 4593$  scheinen in kleinem Bereich oben gemachte Annahme zu stützen.

**d) Vergleich zwischen den Linien 3612 und 4593.**

Auf Grund der Messungen von Füchtbauer und Hoffmann und der Daten dieser Arbeit läßt sich ein Vergleich zwischen den Dublets bei  $0,36 \mu$  und  $0,39 \mu$  einerseits und dem nächstniedrigen Dublet der Serie bei  $0,45 \mu$  andererseits nur durchführen, wenn man eine Extrapolation der Cäsiumdampfdruckkurve über mindestens  $50^\circ$  zugrunde legt. Diese Zahlen sind natürlich wesentlich unsicherer als solche, die durch Messung bei gleicher Temperatur der Absorptionsröhre erhalten werden. Ihre Mitteilung erscheint um so weniger gerechtfertigt, als genaue Messungen in dieser Richtung demnächst gemacht werden sollen.

Dagegen ermöglichen die vorhandenen Messungen einen Vergleich der Halbwertsbreiten der Linien 4593 und 3612 unter der Annahme, daß die reine Temperaturabhängigkeit der Halbwertsbreite im benutzten Temperaturintervall klein und  $\nu'$  der Stickstoffdichte proportional ist. Aus der Arbeit von Füchtbauer und Hoffmann entnehme ich für die Halbwertsbreite von  $\lambda = 4593$  als Mittel aus drei Messungen den



Wert  $\nu'_{4593} = 3,79 \times 10''$ . Die Messungen sind bei den Temperaturen  $T = 148,9$  und  $144,8^\circ$  und dem Stickstoffdruck  $p = 1600$  mm Hg ausgeführt. Bei der Stickstoffdichte  $0,00267$  fand ich bei Temperaturen zwischen  $190^\circ$  und  $230^\circ$

$$\nu'_{3612} = 2,29 \times 10^{12}.$$

Nach Umrechnung unter obigen Voraussetzungen ergibt sich

$$\nu'_{3612} : \nu'_{4593} = 3,9 : 1.$$

Die starke Zunahme der Verbreiterung innerhalb der Serie mit der Gliednummer ist geeignet, die Vorstellung zu stützen, daß der Starkeffekt bei der Druckverbreiterung der Linien die wesentliche Rolle spielt.

Die Linienform von  $\lambda = 3612$  zeigt durch alle Messungen eine Eigentümlichkeit, die nach den Messungen von Füchtbauer und Hoffmann an 4555 und 4593 noch nicht hervortreten scheinen. Während der Abfall der Intensität an der kurzwelligen Seite bis fast in das Minimum hinein vollkommen gleichmäßig verläuft, steigt die Intensitätskurve an der langwelligen Seite zunächst steiler an wie an der kurzwelligen, um erst etwas über der Halbwertsbreite wesentlich flacher zu werden wie der Anstieg an der anderen Seite. Also nur über der Halbwertsbreite zeigt sich bei mir die gleiche Unsymmetrie wie bei Füchtbauer und Hoffmann an dem Dublet bei  $0,45 \mu$ , unterhalb der Halbwertsbreite kehren sich die Verhältnisse gerade um (vgl. Fig. 6).

#### Zusammenfassung.

1. Das von Füchtbauer u. Hoffmann ausgesprochene Seriengesetz:

„Innerhalb der Dublets der Alkalihauptserien verhalten sich die  $n_{\lambda_m}$  — die Absorptionsindizes an den Stellen maximaler Absorption — der kurzwelligen zur langwelligen Linie wie  $m : 1$ , wenn ( $m p$ ) der variable Term der Hauptserie ist,“

wird an dem Cäsiumdublet ( $5p$ ) —  $\lambda = 3612$  und  $3617$  — geprüft und innerhalb der Fehlergrenzen bestätigt gefunden.

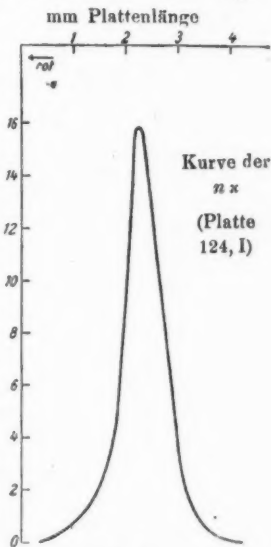


Fig. 6.

2. Die Absorption der Linie 3612 — der starken Komponente des Hauptseriendoublets ( $5p$ ) — wird gemessen und mit Hilfe früherer Messungen mit der Absorption der entsprechenden Komponente ( $4p$ ) verglichen.

3. Einige sehr kleine Dampfdrucke des Cäsiums werden durch Absorptionsmessungen ermittelt.

Die Arbeit wurde auf Veranlassung von Hrn. Professor Dr. Füchtbauer unternommen. Es ist mir eine angenehme Pflicht, Hrn. Professor Dr. Füchtbauer für seine zahlreichen Anregungen und Ratschläge zu danken. Auch Hrn. Professor Dr. Paschen danke ich für das weitgehende Entgegenkommen, mit dem er die Apparate und Mittel des Instituts für die Arbeit zur Verfügung stellte.

(Eingegangen 13. Januar 1921.)

**5. Quantitative Bestimmung der von Kanalstrahlen  
ausgelösten Elektronenmengen;  
von H. Baerwald.**

1. Quantitative Messungen an der Sekundärstrahlung von Kanalstrahlen sind bisher fast nur bei der Bestimmung ihrer Geschwindigkeit bzw. Geschwindigkeitsverteilung angestellt worden.<sup>1)</sup> Folgende Versuchsanordnung gestattet die Beantwortung der Frage, wieviel Elektronen von einem bewegten atomistischen Teilchen in Gasen oder an Metallen ausgelöst werden, mit derjenigen Genauigkeit, welche unserer Kenntnis von der Zusammensetzung des Kanalstrahles entspricht.

**Teil I. Gase.**

2. Versuchsanordnung.<sup>2)</sup> Durch eine 6 cm lange, dickwandige Kupferkapillare *E* von 1 mm Durchmesser tritt ein Kanalstrahlenbündel unmittelbar in einen Hohlzylinder *A* aus

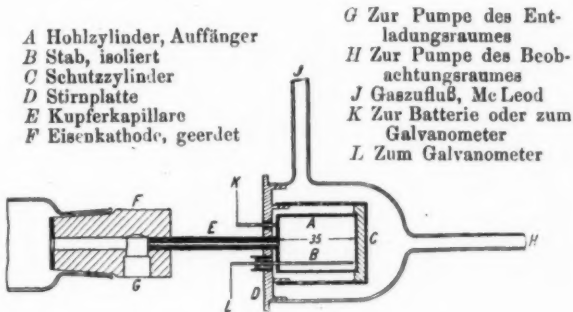


Fig. 1. (Erste Versuchsanordnung.)

1) H. Baerwald, Ann. d. Phys. 41. S. 643. 1913; 42. S. 1287. 1913; 60. S. 1. 1919. Eine Berechnung der von einem Kanalstrahlteilchen an Metallen ausgelösten Elektronenzahl gibt A. Gallus. Diss. Freiburg i/B. 1914.

2) Vgl. J. B. Johnson, Phys. Rev. 10. S. 609. 1917.

Messing von 25 mm innerem Durchmesser und 35 mm innerer Länge. Dieser Auffänger ist isoliert auf den Boden eines Schutzzylinders *C* aus Messing innen gesetzt und mit ihm zusammen an einer starken Messingplatte *D* angeschraubt, welche an der Mündung der Kapillaren durch Lötung befestigt ist. Die Platte trägt noch eine Glasglocke, in welche Zu- und Abführung für Gase einmünden. Für freies Durchstreichen der Gase ist durch Löcher in den Metallschutzteilen gesorgt. Die mit Aluminiumstirnfläche versehene Eisenkathode *F* ist geerdet und mit ihr die Kapillare, Messingplatte und Messingschutzzylinder. Vom isolierten Auffänger dagegen führt durch einen isolierten Stift *K* die Verbindung nach außen durch die Stirnplatte hindurch. Ein zweiter, von Stirnplatte und Auffänger isolierter Stift *B* führt, parallel zur Achse und in 9 mm Abstand von ihr, frei in das Innere des Auffängers, kann vom Kanalstrahl also nicht direkt getroffen werden. Der übliche Plattenkondensator ist hier also durch diesen isolierten Stab als die eine, durch den Auffänger als die andere Elektrode ersetzt. Die gesamte Menge der im Gasraum des Auffängers erzeugten Sekundärstrahlung wird ohne Verlust und unabhängig vom Kraftlinienverlauf des Feldes erfaßt. Alle Nachteile des Plattenkondensators kommen in Fortfall. Stab *B* liegt an einem Drehspulengalvanometer von  $5 \cdot 10^{-10}$  Amp/mm Stromempfindlichkeit bei 1 m Skalenabstand, Hohlzylinder *A* an einer Batterie von 100 Volt abstufbarer Spannung. Legt man durch Umschaltung Stift *B* und Hohlzylinder *A* beide an das Galvanometer, so erhält man die gesamte Ladung des Strahles, so, wie er aus der Mündung der Kapillare austritt, unabhängig von allen Vorgängen im Inneren des Hohlzylinders, insbesondere vom Drucke des Gases. Es kann also die Sekundärstrahlung im Zylinderkondensator ohne weiteres mit der Ladung des Primärstrahls in Beziehung gesetzt und damit zur Beantwortung der obigen Frage benutzt werden.<sup>1)</sup>

Von der übrigen Versuchsanordnung sei nur die Anwendung der Durchströmungsmethode, die Kühlung mit fester Kohlensäure, die Verwendung einer Gaedeschen rotierenden

1) Über frühere Messungen der Sekundärstrahlung von Kanalstrahlen in Gasen pro Zentimeter Weg, d. h. also der differentialen Sekundärstrahlung, vgl. R. Seeliger, Phys. Zeitschr. 12, S. 839. 1911. Bezugsgröße ist hier die positive Ladungseinheit des Primärstrahls.

Hg-Pumpe für den Entladungsraum, einer Hg-Dampfstrahlpumpe für den Beobachtungsraum, die Druckmessung mit Mac Leadschem Manometer, die Spannungsmessung durch Funkenstrecke zwischen Messingkugeln von 1 cm Durchmesser hervorgehoben.

3. *Beziehung der Sekundärstrahlung zur Ladungseinheit des Primärstrahls.* — Sei die pro Sekunde in den Auffänger eintretende Gesamtladung des Primärstrahls  $p$ , die in positiven Restatomen und negativen Elektronen vorhandene, im Gase sekundär erzeugte Elektrizitätsmenge  $s$ , die an der metallischen Rückwand des Auffängers ausgelöste negative Menge  $S$ , so wird bei Anlegung positiver Spannung an dem Mantel des Zylinderkondensators  $+s$  an die Innenelektrode und damit in das Galvanometer getrieben, bei negativer  $-(s + S)$ , der Primärstrahl bleibt ohne Einfluß, seine Reflexion ist verschwindend. Tatsächlich ergab negatives Potential einen größeren Ausschlag als positives, der Überschuß nahm mit abnehmendem Druck  $d$  zu und verschwand bei höheren. Es wird also  $s$  durch positives Potential bestimmt. Sättigung ist im wesentlichen bei 30 Volt erreicht, eine Zunahme von 70—100 Volt nicht mehr zu bemerken. Angelegt sind im folgenden stets 100 Volt positiv. Umschaltung legt Innen- wie Außenelektrode an das Galvanometer und führt zur Messung der Ladung  $p$  des Primärstrahls.  $q = s/p$  liefert sodann die im Gasraum des Hohlzylinders ausgelöste Zahl von Elektronen, welche einer positiven Ladungseinheit entspricht.

4. *Ausführung der Versuche.* — Zur Beurteilung der Ergebnisse sei kurz folgendes bemerkt. Die Entladungsspannung wird durch den Druck im Gasbehälter und Pumpengang, der Druck im Beobachtungsraum durch den Druck im Gasbehälter, die elektrische, mit dem Thermoelement kontrollierte Heizung der Hg-Dampfstrahlpumpe und die Ganggeschwindigkeit der ihr zur Vorpumpe dienenden Gaedepumpe reguliert. Die Beobachtung beginnt eine Stunde nach Einleitung der Versuche, jeder Wert erfordert etwa 15 Minuten, die Ablesung für  $p$  und  $s$  selbst dagegen nur eine Minute. Da das Drehspulengalvanometer an offenen Elektroden liegt, seine Spule nicht geschlossen, die Dämpfung gering ist, muß die Ruhelage aus einer ungeraden Anzahl von Umkehrpunkten bestimmt werden.

Die Wahl der Versuchsvariablen, d. h. also des Druckes  $d$

im Beobachtungsraum, und der Entladungsspannung, der Funkenlänge  $f$  am Induktor, geschah absichtlich ganz unsystematisch. Neben einen Versuch mit geringster wurde ein solcher mit höchstmöglicher Spannung gesetzt, eine Beobachtung bei höchstem Druck löste eine andere bei ganz geringem Drucke ab. Zwei Koordinatendarstellungen nahmen die gewonnenen Punkte auf. Das eine enthielt  $q$  als Funktion von  $d$  bei „konstantem“  $f$  —  $q = \varphi(d)_{f=\text{konst.}}$  —, das andere  $q$  als Funktion von  $f$  bei „konstantem“  $d$  —  $q = \varphi(f)_{d=\text{konst.}}$ . Unter dem Konstanzbereich wird dabei derjenige verstanden, der die Hälfte der Nachbarbereiche umfaßt. Der Parameter  $f = 6$  mm umfaßt also alle Funken von  $f = 5,5$ — $6,5$  mm, der Parameter  $d = 600 \cdot 10^{-4}$  mm Hg — der Druck ist in Einheiten von  $10^{-4}$  mm Hg genommen —, alle Drucke von  $d = 550$ — $650 \cdot 10^{-4}$  mm Hg. So zerfiel die Darstellung des Versuchsgebietes in zwei Gruppen von Einzelbezirken. Das beigegebene Schaubild, welches von diesen Bezirken wiederum mehrere zusammenfaßt — soviele wie ohne Verwischung der funktionellen Zusammenhänge zusammengefaßt werden können —, für  $q = \varphi(f)$  sechs, für  $q = \varphi(d)$  vier getrennte Bezirke unterscheidet, zeigt deutlich, um welche Beziehungen es sich bei diesen Versuchen handelt. Eine kleine Auswahl von Versuchswerten sind tabellarisch zusammengeordnet. Die Resultate beziehen sich auf Wasserstoffkanalstrahlen, welche in einer Wasserstoffatmosphäre verlaufen.

5. *Ergebnisse.* — Aus dem Schaubild der Fig. 2 liest man folgendes ab:

Bei  $q = \varphi(f)$ :

- a) Mit zunehmender Spannung steigt die Sekundärstrahlungsmenge. Der Anstieg ist anfangs steiler<sup>1)</sup>, von 0,5—13 mm Funkenlänge etwas flacher und wesentlich linear.

1) Der Grund der Abweichung von der Linearität am Anfang ist nicht klar ersichtlich. Er kann entweder in den Anormalitäten der Absorption (W. Wien, Ann d. Phys. 48, S. 1089. 1915) oder, worin auch diese wurzelt, in der Inhomogenität der Kanalstrahlen gesehen werden.

Daß R. Seeliger (a. a. O.) keine Spannungsabhängigkeit gefunden hat, liegt vermutlich an dem geringen Druckbereich der Versuche. Dieser Bereich — 50 bis  $100 \cdot 10^{-4}$  mm Hg — liegt ganz innerhalb der Gruppe 1 unserer  $q = \varphi(f)$ -Darstellung in Fig. 2 a. Der Anstieg ist hier verhältnismäßig klein.

- b) Mit zunehmendem Drucke wächst die Steilheit des Anstiegs.

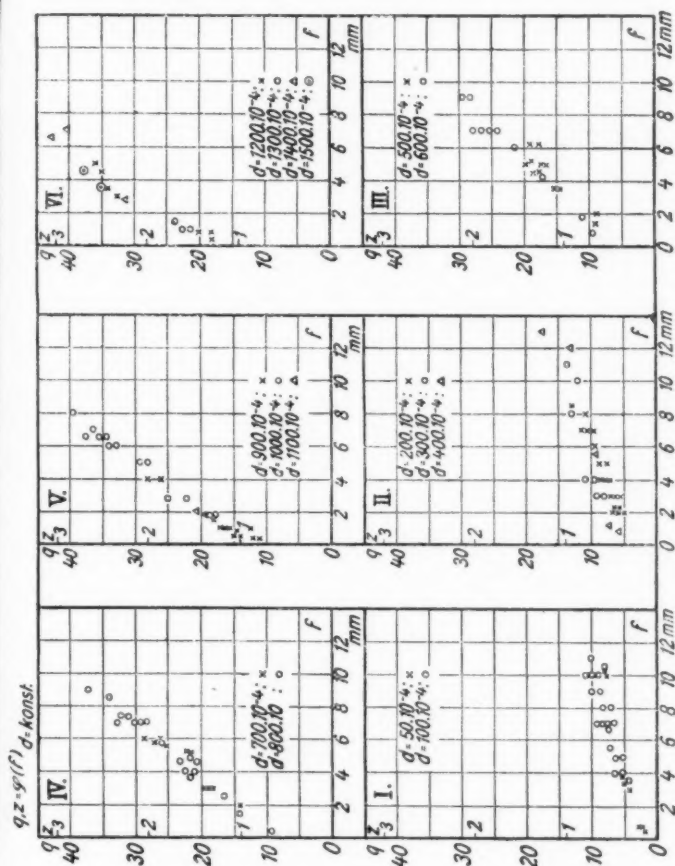
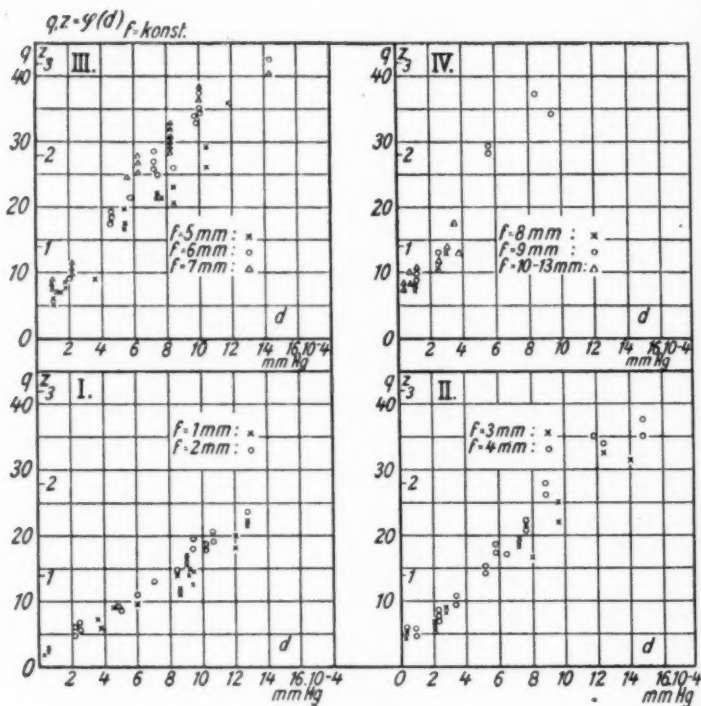


Fig. 2a.

Bei  $q = \varphi(d)$ :

- a) Mit zunehmendem Drucke steigt die Sekundärstrahlungsmenge im Bereich von 0—0,15 mm Hg linear an.  
b) Mit zunehmender Spannung wächst die Steilheit des Anstiegs.

Zusammengefaßt lautet das Resultat: Bei H-Kanalstrahlen, welche in einer  $H_2$ -Atmosphäre verlaufen, steigt die auf die pro Sekunde in den Auffänger fließende positive Elektrizitätsmenge gerechnete Zahl ausgelöster Elektronen im Bereich von



0—13 mm Funken und von 0—0,15 mm Hg-Druck proportional mit letzterem an.

6. Die Zusammensetzung des Primärstrahls nach Messungen W. Wiens. — Die Zusammensetzung des Primärstrahls muß bekannt sein, wenn man aus den Ergebnissen auf diejenige Zahl sekundärer Elektronen schließen will, welche von einem



Tabelle 1.

| + s cm | + p cm | q    | d · 10 <sup>4</sup><br>mm Hg | f mm |
|--------|--------|------|------------------------------|------|
| 2,5    | 1,0    | 2,5  | 36                           | 0,7  |
| 16,0   | 1,3    | 12,3 | 940                          | 1,0  |
| 21,5   | 1,0    | 21,5 | 1275                         | 1,0  |
| 26,0   | 4,0    | 6,5  | 240                          | 2,0  |
| 51,2   | 2,5    | 20,4 | 1060                         | 2,0  |
| 22,8   | 5,3    | 4,3  | 28                           | 3,0  |
| 28,5   | 3,2    | 8,9  | 280                          | 3,0  |
| 61,5   | 1,8    | 34,2 | 1240                         | 3,5  |
| 62,8   | 2,4    | 26,2 | 880                          | 4,0  |
| 143,0  | 3,8    | 37,5 | 1475                         | 4,5  |
| 52,8   | 6,1    | 8,7  | 180                          | 5,0  |
| 26,5   | 3,9    | 6,8  | 140                          | 5,5  |
| 19,3   | 0,9    | 21,4 | 580                          | 6,0  |
| 59,4   | 1,7    | 34,7 | 1000                         | 6,5  |
| 196,0  | 4,9    | 40   | 1425                         | 7,0  |
| 65,8   | 5,1    | 12,9 | 300                          | 8,0  |
| 44,8   | 1,2    | 37,3 | 840                          | 9,0  |
| 38,7   | 3,7    | 10,5 | 120                          | 10,0 |
| 19,1   | 1,5    | 12,7 | 380                          | 12,0 |
| 27,8   | 1,6    | 17,4 | 400                          | 13 0 |

atomistischen Strahlteilchen ausgelöst werden.<sup>1)</sup> Messungen W. Wiens<sup>2)</sup> ergeben für den Wasserstoffkanalstrahl, wenn er in einen Raum von geringem Druck eintritt, daß die Wirkung auf die Thermosäule um 30 Proz. bei Einschaltung eines die geladenen Teilchen an einer wohldefinierten Stelle beseitigenden Feldes geschwächt wird. Die Energieverteilungskurven zeigen ferner, daß im H-Kanalstrahl die Zahl der positiven Teilchen zu den negativen sich ungefähr wie 10:1 verhält. Unter 100 bewegten H-Teilchen sind also etwa 70 neutrale, 27 positive und 3 negative.

7. *Diskussion der Literatur.* Diese Zahlenangaben sind Gegenstand der Diskussion gewesen.<sup>3)</sup> Die eben genannten

1) Daß der Ladungszustand des bewegten atomistischen Teilchens bei der Auslösung sekundärer Elektronen keine Rolle spielt, ist direkt bewiesen (H. Baerwald, Verh. d. D. Phys. Ges. 14. S. 867. 1912), indirekt aus dem Gleichgewicht des Umladungsvorganges, der photographischen Wirkung und der Erregung der Phosphoreszenz zu folgern.

2) W. Wien, Ann. d. Phys. 27. S. 1034–1035. 1908. — Marx' Handbuch d. Rad. IV. S. 84. Ann. d. Phys. 33. S. 887, 891. 1910. Figg. 6, 23, 24. — Marx' Handbuch d. Rad. IV. S. 44–45.

3) W. Wien, Marx' Handbuch d. Rad. IV. S. 100.

Zahlen sind mit der Thermosäule gewonnen; es ergab sich, daß das Verhältnis der positiven zu den neutralen Teilchen im Umladungsprozeß bei Druckzunahme wächst, von der Geschwindigkeit dagegen wesentlich unabhängig ist. Es sind daher diejenigen Werte genommen, welche bei Eintritt des Strahls in einen Beobachtungsraum geringen Druckes erhalten worden sind.

J. Koenigsberger und J. Kutschewski<sup>1)</sup> finden dagegen Unabhängigkeit vom Druck und Abhängigkeit von der Geschwindigkeit in dem Sinne, daß das Verhältnis der positiven zu den neutralen Teilchen sich bei Zunahme der Geschwindigkeit im Versuchsbereiche  $1,8\text{--}2,6 \cdot 10^8 \text{ cm/sec}$  sich von  $0,45\text{--}0,8$  verändert, abgesehen von der funktionalen Unstimmigkeit also auch einen erheblich größeren Anteil positiver Teilchen. Die Resultate sind auf photographischem Wege gewonnen. Eine Beurteilung der beiden Methoden wird der Thermosäule das höhere Gewicht zuerteilen müssen. Neuerdings hat denn auch A. Gallus<sup>2)</sup> das Verhältnis der positiven zu den neutralen Teilchen wie  $1:3$  angenommen, was mit obigem im wesentlichen übereinstimmt. Neuere Ausführungen A. Rüttenauers<sup>3)</sup> stützen dagegen wieder die Messungen Koenigsbergers.<sup>4)</sup>

8. *Nachprüfung.* — Um sicher zu gehen und zu prüfen, ob die in Nr. 6 gegebenen Zahlen auch in der durch Fig. 1 ge-

1) J. Koenigsberger und J. Kutschewski, *Ann. d. Phys.* **37**, S. 161. 1912.

2) A. Gallus, *Diss. Freiburg i. B.* 1914. S. 12.

3) A. Rüttenauer, *Zeitschr. f. Physik* **1**, S. 385. 1920.

4) *Anm. bei der Korrektur:* Einer freundlichen brieflichen Mitteilung Hrn. Koenigsbergers verdanke ich den Hinweis, daß auf Grund neuerer Untersuchungen der Widerspruch zwischen den oben genannten Messungsergebnissen nur ein scheinbarer ist und als geklärt gelten darf. Die Zahlen Hrn. W. Wiens bestätigen sich überall da, wo die Messung am Gesamtstrahl vorgenommen wird. Bezieht sich die Messung auf einen durch elektrisches und magnetisches Feld ausgesonderten Wasserstoffatomkanalstrahl, so bestätigen sich Hrn. J. Koenigsbergers Ergebnisse. (Vgl. auch die inzwischen erschienene Veröffentlichung A. Rüttenauers, *Zeitschr. f. Phys.* **2**, S. 267. 1921.) Von diesem Gesichtspunkte aus ist auch die oben in Nr. 8 gegebene Nachprüfung zu bewerten. Da die Sekundärstrahlung in ihrer Entstehung bei den vorliegenden Messungen durch den Gesamtstrahl definiert ist, so ist auch die Strahlanalyse sinngemäß auf den Gesamtstrahl zu beziehen.

gegebenen Anordnung und unter den durch sie definierten Verhältnissen gelten, habe ich eine Nachprüfung der Wienschen Messungen vorgenommen. Da im vorliegenden Falle der Umladungsvorgang im Innern des Auffängers sich abspielte und im Galvanometerausschlag nur der Strahlzustand beim Austritt des Strahles aus der Kapillare zur Geltung kam, dieser aber als unbeeinflußt von den Vorgängen im Beobachtungsraum, also auch als unabhängig vom Druck angesehen werden darf (vgl. Nr. 2), so wurde der Beobachtungsraum hoch evakuiert und das Magnetfeld *L* möglichst nahe an die Mündung der Kapillaren *E* gesetzt, seine Stärke so gewählt, daß weitere Erhöhung des Magnetisierungsstromes keine merkbare Änderung am Strom des Thermoelementes *A* hervorrief. Das Thermoelement war, entsprechend der Tiefe des Auffängers (Fig. 1), 95 mm von der Mündung der Kapillaren entfernt, seine Spaltbreite 0,3 mm. Statt der Stirnscheibe in Fig. 1 wurde der Metallkonus *F* an die Kapillare angesetzt, im übrigen an der Kathode nichts geändert. Die Fig. 3 und die bei-

gegebene Erklärung macht weitere Ausführungen überflüssig. Die Resultate seien nur kurz tabellarisch angegeben. Als typische Beispiele sind die Reihen für 10, 6, 3 mm Funkenlänge gewählt. Den Beobachtungen bei höherer Spannung kommt das höhere Gewicht zu. Spalte 6, aus 2 und 3 gewonnen, ergibt sofort die neutrale Teilchenzahl in Spalte 7. Die geladenen Teilchen in 8 und 9 verteilen sich so auf die positiven und negativen, wie das Verhältnis der in Spalte 4 und 5 verzeichneten Maximalausschläge in den abgelenkten Bündeln es angibt, also, da die

- A Thermoelement
- B Führungsstab, vierkant, mit Skala versehen
- C Führungshülse, eingekittet
- D Schraubenspindel

- E Kupferkapillare (vgl. E in Fig. 1)
- F Messingkonus
- G Schraubenmutter, Rohr- ansatz eingekittet
- H Gaszufluß
- J Zur Pumpe und zum McLeod
- K Zuführungen zum Thermoelement
- L Magnetfeldpole, eingekittet; Stirnkreis 3 mm Durchmesser

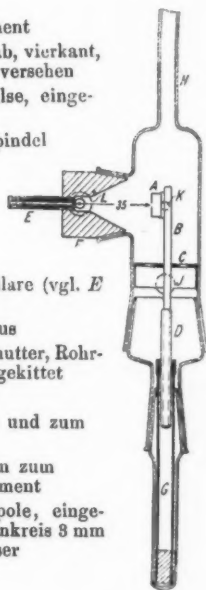


Fig. 3.

Tabelle 2.

| 1                          | 2                       | 3                            | 4                   | 5                   | 6   | 7                          | 8        | 9        | 10   |
|----------------------------|-------------------------|------------------------------|---------------------|---------------------|---|----------------------------|----------|----------|--|
| Funken-<br>länge<br><br>mm | Maximalausschläge in cm |                              |                     |                     | Schwächung durch<br>das Magnetfeld im<br>unabgelenkten<br>Bündel in Proz.<br>des Ausschlages<br>ohne Magnetfeld | Auf 100 Teilchen entfallen |          |          | Einiger positiven<br>Einheit im Hohl-<br>zylinder<br>entsprechen die<br>Gesamteilchen-<br>zahlen |
|                            | Ohne<br>Magnet-<br>feld | Mit Magnetfeld im            |                     |                     |   | neutrale                   | positive | negative |  |
|                            |                         | unab-<br>gelenkten<br>Bündel | positiven<br>Bündel | negativen<br>Bündel |   |                            |          |          |  |
| 10                         | 18,5                    | 12,4                         | 0,70                | 0,1                 | 33,0  | 67                         | 30       | 3        | 3,70 = 4   |
| 6                          | 12,3                    | 8,6                          | 0,45                | 0,05 (?)            | 30,1  | 70                         | 27       | 3        | 4,16 = 4   |
| 3                          | 8,2                     | 6,0                          | 0,25                | —                   | 26,9  | 73                         | 25       | 2        | 4,95 = 4   |

negativen Beträge etwa 10 Proz. der positiven ausmachen, etwa im Verhältnis 10 : 1. Nunmehr kann durch Spalte 8 und 9 die Angabe der Auffängermessung gewertet und die positive Einheit des Auffängerstromes in Teilchenzahlen umgerechnet werden. Denn da der Überschub von Spalte 8 gegenüber 9 diejenige Zahl positiver Einheiten angibt, welche 100 Strahlteilchen insgesamt entspricht, so bedeutet eine positive Einheit diejenige Teilchenzahl, welche durch Division von 100 in die Differenz von Spalte 8 und 9 gewonnen wird. Das Resultat gibt Spalte 10.

9. *Ergebnisse.* — Die Ergebnisse stimmen mit den früheren Untersuchungen W. Wiens weitgehend überein. Die Abhängigkeit des Ladungsgleichgewichtes von der Strahlgeschwindigkeit, im anderen Zusammenhange von Interesse, kommt im vorliegenden Falle nicht in Betracht. Denn wenn auch der Prozentsatz positiver Teilchen mit der Geschwindigkeit steigt, so ist diese Zunahme im Variationsgebiet der Versuche so gering, daß trotz der Schwankung im Mittel auf ein positives Teilchen drei andere kommen.<sup>1)</sup>

1) Zur Kritik dieses Ergebnisses sei bemerkt, daß die endliche Ausdehnung des ablenkenden Feldes, hier insbesondere die Streuung des

10. *Berechnung der differentialen Sekundärstrahlung.* — Rechnen wir also die in Fig. 2 auf die positive Einheit und die Wegstrecke von 9,5 cm im Auffänger bezogene sekundäre Elektronenzahl  $q$  um, so gewinnen wir durch Division mit  $4 \cdot 9,5 = 14$  die auf ein bewegtes Einzelteilchen von beliebigem Ladungszustand auf 1 cm Wegstrecke entfallende sekundäre Menge  $z$ , d. h. die differentiale Sekundärstrahlung. Diese Größe ist in Fig. 2 in der Ordinate rechts neben  $q$  angegeben.

Tabelle 3.

| 1  | 2                  | 3                             | 4                     |                  | 6                                     | 7  |
|--|--------------------|-------------------------------|-----------------------|------------------|---------------------------------------|--|
| Ent-<br>nommen<br>aus<br>Fig. 2a<br>Gruppe | Druck<br>$d$<br>mm | Funken-<br>länge<br>$f$<br>mm | Geschwindigkeit<br>in |                  | Zahl der<br>Elek-<br>tronen<br>$Z(d)$ | Ent-<br>sprechend<br>für<br>760 mm<br>$Z(760)$ |
|  |                    |                               | Volt                  | cm/sec           |                                       |  |
| V  | 0,1                | 1                             | 5000                  | $1,0 \cdot 10^8$ | 1                                     | $0,76 \cdot 10^4$                              |
| V  | 0,1                | 5                             | 18000                 | $1,9 \cdot 10^8$ | 2                                     | $1,52 \cdot 10^4$                              |
| V  | 0,1                | 9                             | 25000                 | $2,3 \cdot 10^8$ | 3                                     | $2,28 \cdot 10^4$                              |
| II   | 0,035              | 13                            | 31000                 | $2,5 \cdot 10^8$ | 1,2                                   | $2,6 \cdot 10^4$                               |

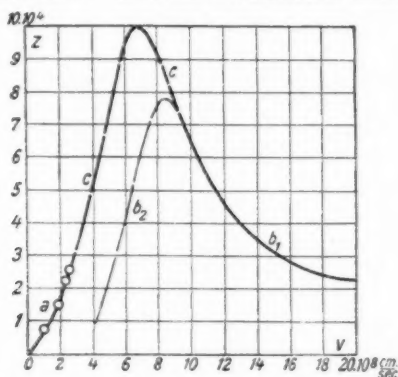
Tab. 3 greift vier Punkte für die Funkenlänge  $f = 1, 5, 9, 13$  mm aus Fig. 2a heraus und rechnet die Größen  $Z$  in die entsprechenden, für 760 mm Hg gültigen Werte der differentialen Sekundärstrahlung um. In Fig. 4 sind diese Punkte eingetragen (Kurvenstück  $a$ ). Sie zeigen deutlich den Verlauf der Kurve der differentialen Sekundärstrahlung für Wasser-

Magnetfeldes, welches ursprünglich gewählt war, um auch bei hohen Drucken beobachten zu können und in diesem Falle von Querentladungen eines elektrischen Feldes frei zu sein, den Wert zugunsten des geladenen Strahlbestandteiles beeinflussen wird. Daß hierdurch sehr erhebliche Fehler entstehen, ist unwahrscheinlich. Für den Endzweck der vorliegenden Methode und der mit ihr in dieser Arbeit gewonnenen Werte dürfte die obige Strahlenanalyse genügen.

Die Anwesenheit zahlreicher langsamer Teilchen, welche auf das Thermolement weniger wirken als die schnellen, kann das Verhältnis der geladenen zu den neutralen Teilchen im Gesamtstrahl gegenüber den mit dem Thermolement gemessenen Werten ebenfalls etwas verschieben, dürfte aber keinen großen Fehler bedingen. Die schon von den Herren J. Koenigsberger und J. Kutschewski, wie von Hrn. A. Rüttenauer gefundene Geschwindigkeitsabhängigkeit des Verhältnisses der geladenen zu den neutralen Mengen ist jedenfalls real und nicht wesentlich von den eben genannten Fehlermöglichkeiten beeinflußt.

stoff von Atmosphärendruck im Gebiet der Kanalstrahlen-  
geschwindigkeit.

11. Vergleich mit der  $\alpha$ -Strahlen-Ionisationskurve von H. Geiger.<sup>1)</sup> Nach dem Vorgange von C. Ramsauer<sup>2)</sup> sei die von H. Geiger für  $\alpha$ -Strahlen gegebene Ionisationskurve so umgerechnet, daß sie als Funktion der Geschwindigkeit aufgetragen werden kann. Luft und Wasserstoff machen dabei



Differentiale Sekundärstrahlung atomistischer Primärstrahlen aller  
Geschwindigkeiten  
(H-, He-Strahlen in Wasserstoff, Luft).

- a Gebiet der Kanalstrahlen.
- $b_1$  Gebiet der  $\alpha$ -Strahlen. (Sicherer Teil.)
- $b_2$  Gebiet der  $\alpha$ -Strahlen. (Unsicherer Teil.)
- c Korrigierter Übergang.

Fig. 4.

einen wesentlichen Unterschied in der Höhe der Ordinaten, insbesondere des Maximums, wie des Charakters des ganzen Kurvenverlaufes nicht aus.<sup>3)</sup> Es ergibt sich Kurve  $b_1 b_2$  mit einem Maximum bei  $8,5 \cdot 10^8$  cm/sec Geschwindigkeit, einer Höhe von etwa  $Z = 7,8 \cdot 10^4$  Elektronen pro Zentimeter Wegstrecke und unbestimmtem Auslauf gegen 0 hin.

Die Verlängerung des Kurvenstückes a der Kanalstrahlen würde sich nicht gut mit dieser Lage des  $\alpha$ -Strahlenmaximums der Kurve  $b_1 b_2$  vereinigen lassen, und da die differentiale

1) H. Geiger, Proc. Roy. Soc. A. 82. S. 486. 1909; 83. S. 505. 1910.

2) C. Ramsauer, Jahrb. f. Rad. u. Elektr. 9. S. 515. 1912.

3) Vgl. E. Rutherford, Marx' Handbuch d. Rad. II. S. 117.

Sekundärstrahlung der bewegten H- und He-Atome sich größenordnungsmäßig nicht unterscheiden wird, so darf der Grund darin gesehen werden, daß der Auslauf  $b_2$  der  $\alpha$ -Strahlen-Ionisationskurve Geigers, ihr Übergang in die Kurve der differentialen Sekundärstrahlung der Kanalstrahlen eine Unvollkommenheit aufweist.

Nun ist die differentiale Sekundärstrahlung von Elektronenstrahlen von den Messungen P. Lenards, W. Kossels und Fr. Mayers her sehr gut bekannt.<sup>1)</sup> Es steht fest, daß das Maximum dieser in Funktion der Primärgeschwindigkeit aufgetragenen Kurve bei 130 Volt oder  $6,8 \cdot 10^8$  cm/sec liegt. Nehmen wir an, daß die Abhängigkeit der differentialen Sekundärstrahlung von der Geschwindigkeit bei Elektronen und atomistischen Teilchen die gleiche ist — was C. Ramsauers Ausführungen (a. a. O.) wahrscheinlich machen —, daß also das Maximum der  $\alpha$ -Strahlen-Ionisationskurve Geigers in Wahrheit nicht bei  $8,5 \cdot 10^8$ , sondern bei  $6,8 \cdot 10^8$  cm/sec liegt, so würde dies zu einem sehr guten Zusammenschluß der  $\alpha$ -Strahlenkurve mit dem Kanalstrahlenkurvenstück führen.

Fraglich bleibt die Art, in der die Lücke zwischen beiden Gebieten zu schließen ist. Sieht man sich die Teilchenzahlkurve Geigers daraufhin an, so bemerkt man, daß der starke Abfall dieser Kurve gerade an der Stelle des durchlaufenen Weges beginnt, welche dem Maximum der Sekundärstrahlung entspricht. Die Werte vor dem Maximum werden also im wesentlichen richtig gemessen sein; die Werte hinter dem Maximum — dieses mit eingeschlossen — werden infolge Teilchenzahlverminderung zu klein ausgefallen sein. Bei einer Korrektur der Geigerschen Kurve dürfen wir also nicht etwa das Maximum von  $8,5 \cdot 10^8$  bis  $6,8 \cdot 10^8$  cm/sec hin verbreitern, sondern müssen, dem Kurvenzuge von  $20 \cdot 10^8$  bis etwa  $9 \cdot 10^8$  folgend, bis zu einem Maximum emporsteigen, welches bei  $6,8 \cdot 10^8$  liegt. Über die Größe dieses Maximums fehlen die Anhaltspunkte, doch wird die Annahme von  $Z = 10^5$  nicht weit von der Wirklichkeit entfernt liegen (Kurvenstück c).

Die Art des Abfalles von diesem Maximum gegen 0 hin, welche die  $\alpha$ -Strahlenbeobachtung gar nicht mehr geben kann,

1) P. Lenard, Quantitatives über Kathodenstrahlen aller Geschwindigkeiten. Heidelberg 1918. S. 145 und Tafel VII. Ebendort weitere ausführliche Literaturangaben und Kritik.

ist dann durch den Kurvenansatz  $a$  im Gebiet der Kanalstrahlen vorgeschrieben.

Wir dürfen auf Grund des Gesagten annehmen, in dem aus drei Teilen zusammengesetzten Kurvenzuge der Fig. 4 den Zusammenhang wiedergegeben zu haben, welcher die Abhängigkeit der differentialen Sekundärstrahlung atomistischer bewegter Teilchen von der Primärgeschwindigkeit 0 bis  $2 \cdot 10^9$  cm/sec beherrscht. (Geltend für Luft, Wasserstoff.)

**12. Differentiale Sekundärstrahlung bei Sauerstoff-Kanalstrahlen.** — Die im Vorangegangenen besprochene Methode, die differentiale Sekundärstrahlung von Kanalstrahlen in Gasen zu bestimmen, setzt neben die Auffängermessung die Kenntnis der Ladungsverteilungskurve der Primärstrahlenteilchen. Ohne die letztere ist eine genaue Charakterisierung der differentialen Sekundärstrahlung unmöglich.

Ich habe in Vorversuchen mit Plattenkondensator von 3 mm Abstand und 80 mm Länge bei vorgeschalteter Blende und dahintergelegtem Auffänger — Versuche, die den obigen an Genauigkeit nachstehen und mehr qualitative Bedeutung haben — Wasserstoffstrahlen auf Wasserstoff, dann auf Sauerstoff wirken, endlich Sauerstoffstrahlen in Sauerstoff verlaufen lassen. Die Größe  $q = s/p$  (Nr. 3) stimmte bis auf Abweichungen, die der geringeren Genauigkeit der Plattenkondensatormessung zuzurechnen sind, mit obigen Werten überein, wenn es sich um H-Kanalstrahlen in  $H_2$ - oder  $O_2$ -Atmosphäre handelte. O-Strahlen in  $O_2$ -Atmosphäre ergab dagegen vier- bis sechsmal höhere Beträge für  $q$ . Da nun die negativen Teilchen im Sauerstoffstrahl neben den positiven einen sehr viel größeren Prozentsatz ausmachen und stark von der Kühlung abhängen<sup>1)</sup>, so ist die größere Wirksamkeit in bezug auf  $q$  noch keineswegs maßgebend für die differentiale Sekundärstrahlung, welche auf das einzelne O-Teilchen des Primärstrahles bezogen wird. Es bedarf der Ladungsverteilungskurve, um von  $q$  auf diese letztere, auf die Größe  $Z$  schließen zu können. Die vorliegende Arbeit, die sich das Studium der Verhältnisse bei Wasserstoff als Hauptbeispiel zum Ziel setzte, ist auf genauere und vollständige Messung der Sauerstoff-Sekundärstrahlung nicht eingegangen.

1) W. Wien, Ann. d. Phys. **33**. S. 892 ff. 1910.



19. *Durchquerung und Reflexion als Ursache der Sekundärstrahlung.*<sup>1)</sup> — Die Sekundärstrahlung setzt für Elektronenstrahlen in Wasserstoff bei 11 Volt, entsprechend  $2 \cdot 10^8$  cm/sec Lineargeschwindigkeit ein. Hier beginnen die Durchquerungen. Reflexionen tragen bei Zusammenstößen von Elektronen mit Atomen zur Sekundärstrahlung nichts bei. Nehmen wir nun an — was die Beobachtungen an  $\alpha$ -Strahlen rechtfertigen (C. Ramsauer, a. a. O. S. 522) —, daß die Grenze zwischen Durchquerung und Reflexion bei atomistischen Strahlen an derselben Stelle liegt, so würden bei Wasserstoffstrahlen in Wasserstoff zu Spannungen oberhalb 20000 Volt Durchquerungen, unterhalb dieser Grenze Reflexionen gehören. Die obigen Versuche gehen etwa von 0,8—13 mm Funkenlänge, entsprechend  $4,5 \cdot 10^7$  bis  $2,5 \cdot 10^8$  cm/sec Lineargeschwindigkeit. Die 20000 Voltgrenze würde bei 6 mm Funken liegen. In den Punktfolgen der Fig. 2 ist hier keine Abweichung von der Gleichmäßigkeit des Aufstieges zu bemerken. Wohl dürfen die Punkte im Bereich 9—13 mm Funken wegen des ungünstigen Größenverhältnisses zwischen  $s$  und  $p$  nicht mit dem gleichen Gewicht belegt werden, wie die Werte für  $q$  bei geringeren Funkenlängen, aber gerade in der Gegend von  $f = 6$  mm war die Beobachtung sicher und zuverlässig, die Übereinstimmung an verschiedenen Tagen vorzüglich. Es unterliegt keinem Zweifel, daß, wenn bei  $f = 6$  mm ein Wechsel im Mechanismus der Elektronenauslösung stattfindet, dieser Wechsel keine Ausprägung in der differentialen Sekundärstrahlung findet.<sup>2)</sup>

14. *Zur kinetischen Theorie der positiven Strahlen von P. Lenard.*<sup>3)</sup> — Eine Folgerung der kinetischen Theorie P. Lenards bezieht sich auf die differentiale Sekundärstrahlung. Die Anwendung der Überlegungen auf die Mes-

1) Vgl. hierzu C. Ramsauer, Jahrb. f. Rad. u. Elektr. 9, S. 515. 1912.

2) Daß im normalen Geschwindigkeitsbereich der Kanalstrahlen Vorgänge der Durchbringung einerseits, der Reflexion und Streifung andererseits nebeneinander vorkommen, die Geschwindigkeit von rund  $2 \cdot 10^8$  cm/sec sich also tatsächlich an der Grenze beider befindet, zeigt die Messung der freien Weglänge durch Umladung (W. Wien, Ann. d. Phys. 39, S. 528. 1912) und durch Absorption (W. Wien, Ann. d. Phys. 48, S. 1089. 1915). Erstere liefert Werte in Übereinstimmung mit der kinetischen Gastheorie; die Resultate der letzteren übertreffen sie zum Teil um das Hundertfache.

3) P. Lenard, Heidelb. Ber. 1913. Abb. 4.

sungen von J. Koenigsberger und J. Kutschewski<sup>1)</sup> führt zu der Folgerung, daß im Bereich reflektierender Zusammenstöße ein Maximum der differentialen Sekundärstrahlung existiert, dem nach einem Minimum an der Grenze zur Durchquerung das in der  $\alpha$ -Strahlenkurve gelegene zweite Maximum folgen sollte.

Ein Minimum in der Gegend von  $f = 6$  mm besteht sicher nicht. Eine Senkung der Werte an der Grenze  $f = 9-12$  mm ist nicht feststellbar, ist auch nicht wahrscheinlich, da man sich hier schon sicher in dem Gebiet streifender Durchquerung befindet. Die photographische Methode, welche schon vorher (Nr. 7) gegenüber der thermoelektrischen in Zweifel zu ziehen war, ist nicht sicher genug, um Schlüsse wie die obigen genügend zu stützen.

15. Eine Anormalität in der Mengenkurve ist auch bis zu geringsten Primärgeschwindigkeiten herab nicht aufzufinden. Ich ließ von einer rotglühenden Wolframdrahtanode in Wasserstoffatmosphäre bei Drucken von 0,05—0,005 mm Hg ein Bündel positiver Teilchen durch eine Blende hindurch einen 3 cm langen Plattenkondensator von 3 mm Abstand passieren und sich in einem Hohlzylinder fangen. Es ergab sich von Anbeginn der Sekundärstrahlung an, bei etwa 50 Volt Primärgeschwindigkeit, bis hinauf zu 15000 Volt entsprechend  $1,7 \cdot 10^8$  cm/sec Lineargeschwindigkeit eine ununterbrochene Zunahme der Sekundärstrahlung, etwa im Sinne einer Exponentialfunktion.<sup>2)</sup>

Mithin darf ausgesprochen werden, daß die Sekundärstrahlung atomistischer Primärstrahlen, von der Primärstrahlggeschwindigkeit  $v = 0$  beginnend, bis  $v = 2 \cdot 10^8$  cm/sec durch Reflexion und Streifung, von hier an durch Durchquerung ausgelöst, sich ununterbrochen bis  $v = 6,8 \cdot 10^8$  cm/sec zu einem Maximum erhebt, um von hier aus bis zu den höchsten

1) J. Koenigsberger und J. Kutschewski, Ann. d. Phys. 37. S. 161. 1912.

2) Die Beobachtungen wurden mit Elektrometer angestellt, die beschleunigende Spannung lieferte eine Influenzmaschine. Meine Anordnung stand der von E. v. Bahr und J. Franck (Verh. d. D. Phys. Ges. 16. S. 57. 1914) an Empfindlichkeit nach. Daß eine feste Grenze gegen die Primärgeschwindigkeit Null hier nicht besteht, ist für Gase von E. v. Bahr und J. Franck nachgewiesen, für Metalle im Vakuum von mir bestätigt worden (Ann. d. Phys. 60. S. 1. 1919).

bekannten Geschwindigkeiten von etwa  $v = 2 \cdot 10^9$  cm/sec wieder abzufallen.

Der Mechanismus dieses Vorganges, das Zustandekommen des Optimums der differentialen Sekundärstrahlung bei Durchquerung ist zuerst von C. Ramsauer (a. a. O. S. 526) im Sinne des Atommodells gedeutet worden, welches wir heute als das Bohr-Kosselsche kennen. Ein Optimum der Reflexion würde, da hier der Mechanismus des Atominneren nicht in Frage käme, neue und anders geartete Hilfsvorstellungen nötig machen.

16. Die Elektronenkonzentration der Sekundärstrahlung im Gase. — Eine Berechnung der Elektronenkonzentration auf Grund der obigen Versuche ergibt in runden Zahlen durchgeführt<sup>1)</sup> folgendes:

Aus Fig. 2 bzw. Tab. 1 entnehmen wir, daß bei einer Funkenlänge von  $f = 5$  mm, einem Drucke von rund:  $d = 1000 \cdot 10^{-4}$  mm Hg, die differentiale Sekundärstrahlung  $Z = 2$ , der Ausschlag am Galvanometer — Skalenabstand 2 m — für den Primärstrom  $p = 1,2$  cm betrug. Für die Zahl ruhender Gasmolekel im Kubikzentimeter haben wir:

$$N_{\text{ruhend}} = 35 \cdot 10^{-14}.$$

Für die Zahl der bewegten Teilchen ist anzusetzen:

1 mm Ausschlag (vgl. Nr. 2) bedeutet bei 2 m Skalenabstand:

$$2,5 \cdot 10^{-10} \text{ Amp.}$$

12 mm bedeuten:  $30 : 10^{-11}$  Mengeneinheiten (elektromagnet.)

$$9 \quad \quad \quad \text{,,} \quad \quad \quad \text{(elektrostatisch)}$$

Daher gehen:

$$\frac{9}{4,77 \cdot 10^{-10}} = 19 \cdot 10^9$$

positive Strahlteilchen pro Sekunde durch den Querschnitt der Kapillaren von 0,78 qmm.

Insgesamt gehen:  $4 \cdot 19 \cdot 10^9 = 76 \cdot 10^9$  Atome durch denselben Querschnitt.<sup>2)</sup>

1) Die Komplikation des Entladungsvorganges bringt es mit sich, daß die Intensität des Kanalstrahls mit zunehmender Spannung bis etwa 7 mm Funken steigt, dann wieder sinkt (H. Baerwald, Verh. d. D. Phys. Ges. 16, S. 789, 1914). Diese Inkonstanz rechtfertigt die Wahl eines Beispiels aus dem günstigsten Bereich der Entladungsspannung, als welcher die Gegend des Intensitätsmaximums des Primärstrahls,  $f = 5-7$  mm, anzusehen ist.

2) Bei dieser Rechnung ist der Anteil der negativen Teilchen vernachlässigt.

Durch einen Querschnitt von 1 cm gehen also pro Sekunde rund:

$$N_{\text{bewegt}} = 10^{13}.$$

Von diesen werden im Kubikzentimeter pro Sekunde erzeugt:

$$N_{\text{Sekundäre Elektronen}} = 2 \cdot 10^{13}.$$

Mithin kommen:

auf ein bewegtes Atom rund 350 ruhende Molekel,

auf ein sekundäres Elektron 180 ruhende Molekel.

17. *Der Umladungsmechanismus.* — Mit diesem, die Verhältnisse größenordnungsmäßig kennzeichnenden Beispiel ist gesagt, daß die Wahrscheinlichkeit eines Zusammenstoßes des bewegten Atoms mit einem ruhenden Molekel etwa 200mal größer ist als die Wahrscheinlichkeit einer Begegnung mit einem freien Elektron. Die Theorie der Umladung im Kanalstrahl wird dies zu berücksichtigen und unter Beachtung der Geschwindigkeitsverhältnisse der sekundären Elektronen, deren Hauptmenge im Geschwindigkeitsintervall 0—2 Volt oder 0 bis  $10^8$  cm/sec liegt — also in demselben Bereich wie die primären Kanalstrahlen —, den Mechanismus aus dem Zusammenstoß des Strahlteilchens mit ruhenden Molekeln, nicht mit freien Elektronen abzuleiten haben.<sup>1)</sup>

Da in Wasserstoff bei 0,1 mm Hg die freie Weglänge etwa 0,135 cm ist, so hat das bewegte Teilchen auf 1 cm Wegstrecke 7—8 Zusammenstöße. Das Teilchen könnte also im Höchsfalle viermal positiv und viermal neutral werden. Die Tatsache, daß bei diesen 8 Stößen nur 2 sekundäre Elektronen ausgelöst werden, führt ebenfalls zu dem Schluß, daß Umladung und Sekundärstrahlung zwei nebeneinander hergehende Stoßvorgänge sind, die aber nicht einen gemeinsamen Mechanismus sich wechselseitig bedingender Einzelglieder ausmachen.<sup>2)</sup> (Über

1) Vgl. hierzu: P. Lenard, Kinetische Theorie der positiven Strahlen. Heidelberger Ber. 1913. Abh. 4. S. 5. Grundannahme 3. — W. Wien, Ann. d. Phys. 39. S. 528. 1912. — Marx' Handbuch d. Rad. IV. S. 89, 101.

2) Ein ähnlich lockerer Zusammenhang besteht zwischen Umladung bewirkenden und Lichtemission erregenden Stößen. Da die Zeit zwischen zwei Zusammenstößen bei einer Strahlgeschwindigkeit von rund  $10^8$  cm/sec durchschnittlich  $1,35 \cdot 10^{-9}$  sec. beträgt, so würde bei einer Dämpfungskonstante von  $2\alpha = 6 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$  (W. Wien, Ann. d. Phys. 60. S. 629. 1919) die durch Stoß erregte Lichtintensität im Augenblick des nächsten Stoßes, um noch nicht 10 Proz. abgeklungen sein. Das ungestörte Aus-

diesen Prozeß bei Elektronenstrahlen vgl. P. Lenard, Quantitatives über Kathodenstrahlen. S. 188. Abschnitt b.)

## Teil II. Metalle im Vakuum.

18. *Methode.* — Die in Teil I angegebene Methode, die Sekundärstrahlungsmenge in Gasen quantitativ zu bestimmen, läßt sich ohne weiteres auf die von Kanalstrahlen an Metallen im Vakuum ausgelösten Elektronenmengen anwenden. Der Gaszufluß zum Beobachtungsraum der Fig. 1 wurde abgestellt und dieser mittels Hg-Dampfstrahlpumpe auf  $1-2 \cdot 10^{-4}$  mm Hg gehalten. Da die freie Weglänge bei diesem Druck etwa 1 m ist, so war der Beobachtungsraum praktisch gasfrei. Sonst ist alles wie vorher: Gemessen wird der positive Strom  $p$  der Primärstrahlen, wenn Hohlzylinder und Stabelektrode gemeinsam am Galvanometer liegen, ferner der negative Strom  $s$ , wenn der Hohlzylinder auf  $-100$  Volt gebracht, die Stabelektrode mit dem Galvanometer verbunden war. Positive Spannung ergab keinen Ausschlag. Gasreste kamen also nicht in Betracht. Auch die Reflexion der Kanalstrahlen machte sich nicht bemerkbar.

Tabelle 4.

| $-s$ cm | $+p$ cm | $q$  | $f$ mm |
|---------|---------|------|--------|
| 1,2     | 0,15    | 8,0  | 0,1    |
| 3,3     | 0,3     | 10,0 | 0,3    |
| 26,4    | 2,1     | 12,5 | 0,8    |
| 35,8    | 2,6     | 13,8 | 1,0    |
| 27,6    | 1,8     | 15,3 | 1,5    |
| 69,5    | 4,4     | 15,8 | 2,0    |
| 86,8    | 4,9     | 17,7 | 3,5    |
| 89,6    | 4,8     | 18,7 | 4,2    |
| 81,7    | 4,2     | 19,5 | 5,2    |
| 84,8    | 4,2     | 20,2 | 6,0    |
| 80,4    | 3,8     | 21,1 | 7,5    |
| 56,3    | 2,6     | 21,6 | 9,0    |
| 62,1    | 2,8     | 22,2 | 10,0   |
| 55,2    | 2,6     | 21,2 | 11,0   |
| 49,2    | 2,3     | 21,3 | 12,0   |

schwingen des zur Lichtemission erregten Atoms ist für obigen Fall im Kanalstrahl also ein verhältnismäßig seltenes Ereignis. (Vgl. W. Wien, Ann. d. Phys. **39**, S. 543. 1912. — Marx' Handbuch d. Rad. IV. S. 155 bis 159.)

Fig. 5 und Tab. 4 — letztere auswahlweise — geben die Resultate.  $q$  ist wieder die auf eine positive Einheit des Primärstrahles bezogene negative sekundäre Elektrizitätsmenge. Division durch 4 (vgl. Nr. 9 und 10) ergibt die von einem einzelnen Primärstrahlteilchen aus dem Metall befreite Anzahl von Elektronen  $z$ .

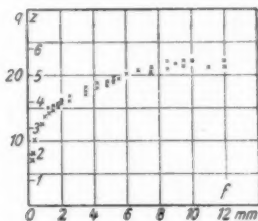


Fig. 5.

19. *Ergebnis.* — Die von einem Strahlteilchen ausgelöste Zahl von Elektronen  $z$  steigt anfangs bei zunehmender Primärgeschwindigkeit rasch an, ist bei  $f = 0,1$  mm oder 300 Volt schon ungefähr 2, wächst von  $f = 1$  mm oder 5000 Volt an langsamer und bleibt von  $f = 6$  mm oder 20000 Volt an praktisch konstant zwischen 5 und 6 stehen.

Dieser Charakter der Punktfolge erklärt sich hauptsächlich aus zwei Momenten:

a) *Die Biegung der Kurve.* Ihr anfangs schnellerer, später langsamer Anstieg entspricht der Tatsache, daß bei zunehmender Spannung nicht alle Strahlteilchen gleichmäßig beschleunigt werden. Die Inhomogenität des Kanalstrahles nimmt zu, der Hauptteil bleibt bei kleineren Geschwindigkeiten stehen und nur ein verhältnismäßig geringer Teil entspricht der höheren Beschleunigung.<sup>1)</sup>

b) *Der Grenzwert der Kurve.* Die Biegung geht in einen Grenzwert über. Die Elektronen können nur aus geringer Tiefe aus dem Metall austreten. Gelangen schnellere Kanalstrahlteilchen selbst in größere Tiefen, so bedeutet doch diese Überschreitung der „Grenzdicke des Elektronenaustritts“ keinen Zuwachs an Sekundärstrahlung.<sup>2)</sup>

1) Beleg dafür sind sowohl die Analysen der Zerlegung im elektrischen und magnetischen Felde, wie die des Dopplereffektes.

2) Vgl. hiermit A. Gallus, Diss. Freiburg i. B. 1914. S. 12.

## 20. Zusammenfassung.

1. Die hier gegebene Methode quantitativer Bestimmung der von Kanalstrahlen ausgelösten Elektronenmengen ermittelt die auf ein primäres Strahlteilchen entfallende Anzahl sekundärer Elektronen. Sie besteht aus zwei Teilen:

Erstens wird die Sekundärstrahlungsmenge auf die Einheit der im Primärstrahl sekundlich transportierten Elektrizitätsmenge bezogen. Dies geschieht in einem Hohlzylinder, welcher bei Umschaltung als Auffänger und als Zylinderkondensator mit exzentrisch gelagerter Innenelektrode gebraucht werden kann. Der Primärstrahl tritt direkt, ohne Zwischenstrecke, in den Hohlzylinder ein (Nr. 2—4).

Zweitens wird der Strahl durch Feldzerlegung an der Stelle des Austritts aus der Kathodenkapillare analysiert und durch diese Analyse die Zahl der Primärstrahlteilchen gefunden, welche der Ladungseinheit im Primärstrahl entspricht (Nr 6 bis 9).

2. Die Methode wird für Gase hauptsächlich auf Wasserstoff, für Metalle im Vakuum auf Messing angewandt. Für Gase ergibt sich:

a) Eine Zunahme der differentialen, d. h. pro Zentimeter Wegstrecke gerechneten Sekundärstrahlungsmenge proportional dem Druck. (Nr. 5.)

b) Eine Zunahme der differentialen Sekundärstrahlungs-  
menge mit der Entladungsspannung der Primärstrahlen.  
(Nr. 5.)

c) Die auf Atmosphärendruck umgerechnete differentiale Sekundärstrahlung der Wasserstoffkanalstrahlen fügt sich gut in die  $\alpha$ -Strahlen-Ionisationskurve ein, wenn deren Maximum an dieselbe Stelle verlegt wird, an der sich das Optimum der Elektronensekundärstrahlung befindet ( $6,8 \cdot 10^8$  cm/sec). (Nr. 10 und 11.)

d) Im Bereich von 0—13 mm Funkenlänge oder 0 bis 31000 Volt oder  $0-2,5 \cdot 10^8$  cm/sec Lineargeschwindigkeit ist der Übergang von Reflexion zur Durchdringung bei  $f = 6$  mm Funkenlänge oder 20000 Volt oder  $2,0 \cdot 10^8$  cm/sec Lineargeschwindigkeit an der Sekundärstrahlung nicht erkennbar. (Nr. 13—15.)

e) Die Konzentration der sekundären Elektronen im Gasraum ist gering. Bei einem Druck von 0,1 mm Hg kommen auf ein Elektron rund 200 Gasmolekel. (Nr. 16.)

f) Die geringe Elektronenkonzentration wie die im Vergleich zur Sekundärstrahlung bewirkenden etwa viermal höhere Gesamtstoßzahl bedingt eine Umladungstheorie, welche die Neutralisierung des positiven Strahlteilchens nicht auf den Zusammenstoß zwischen bewegtem Atom und sekundärem Elektron, sondern auf den Stoß zwischen bewegtem Atom und ruhenden Molekel gründet. (Nr. 17.)

3. Bei Metallen im Vakuum steigt die Menge der Sekundärstrahlung mit der Primärgeschwindigkeit bis zu einem Grenzwert an, welcher hauptsächlich durch die für den Elektronenaustritt aus dem Metall bestehende Grenzdicke vorgeschrieben ist. Dieser Grenzwert ist für Wasserstoffkanalstrahlen und Messing 5—6 Elektronen pro Primärstrahlteilchen. (Nr. 19.)

Für Bewilligung von Beihilfe aus Mitteln der Fuhrschen Stiftung und der Ernst Ludwig-Hochschulgesellschaft habe ich zu danken.

Darmstadt, Januar 1921.

(Eingegangen 27. Januar 1921.)



